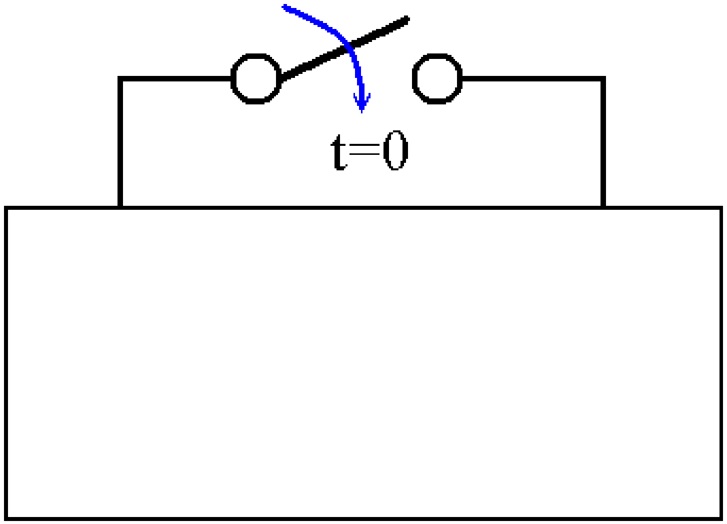
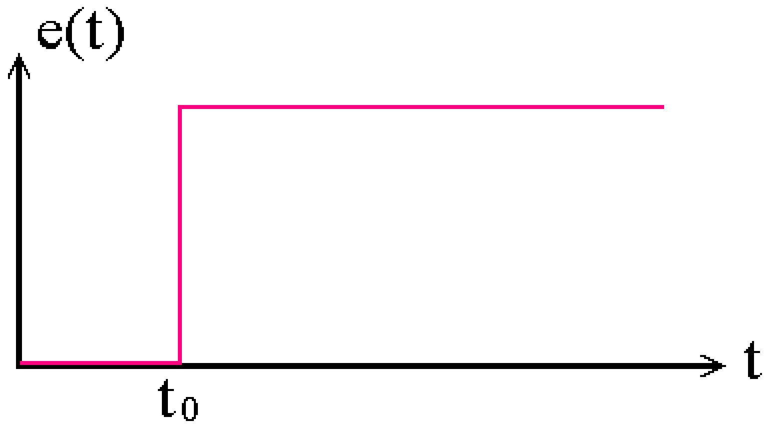
Лекция 7

Переходные процессы

Параграф 4.1-4.6 учебника

Лекция №7 Переходные процессы





Определения:

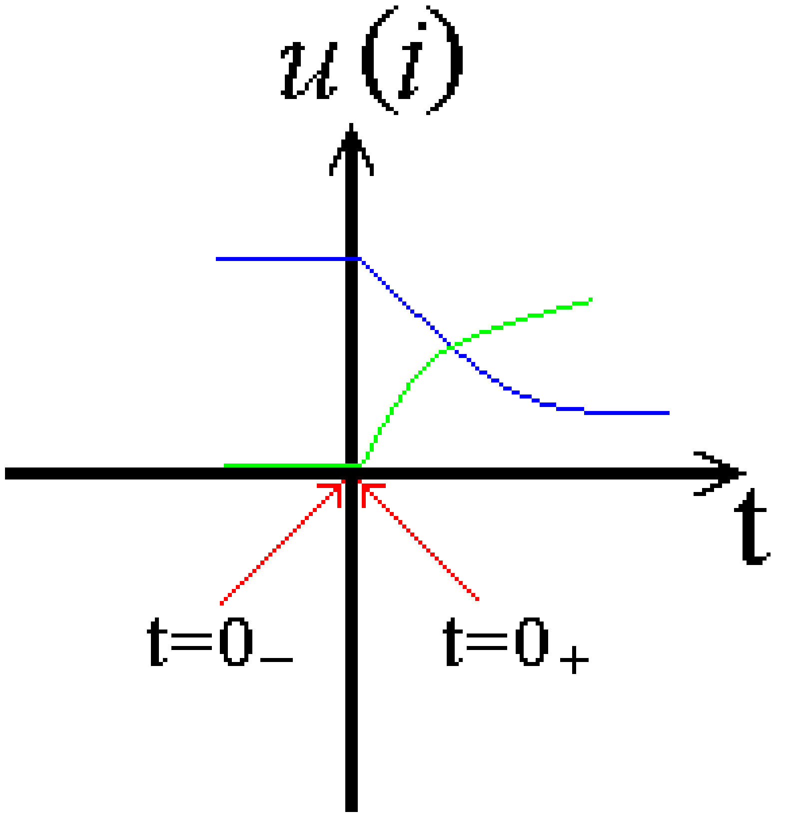
Переходный процесс – электромагнитный процесс, возникающий при переходе от одного установившегося режима к другому.

Коммутация– скачкообразное изменение в электрической цепи. Время, в течении которого происходит **коммутация**, существенно меньше времени длительности **переходного процесса**, и может быть принятым равным нулю.

Лекция №7 Переходные процессы

T=0- Момент времени, предшествующий коммутации

T=0+ Момент времени,сразу после коммутации



Лекция №7 Переходные процессы

Законы коммутации

Первый закон коммутации – ток в индуктивности до коммутации равен току в индуктивности в начальный момент после коммутации, а затем медленно изменяется.

$$i_L(0_-) = i_L(0_+)$$

Лекция №7 Переходные процессы

Законы коммутации

Второй закон коммутации – напряжение на емкости до коммутации равно напряжению на емкости в начальный момент после коммутации, а затем медленно изменяется.

$$u_C(0_-) = u_C(0_+)$$

Лекция №7 Переходные процессы

Классический метод расчета переходных процессов (на примере RL цепи)

Заключается в непосредственном интегрировании дифференциальных уравнений.Решение представляется в виде алгебраической суммы частного решения для установившегося режима (принужденного) и общего решения в отсутсвие внешнего источника (свободного).

$$i_{пер} = i_{пр} + i_{св}$$

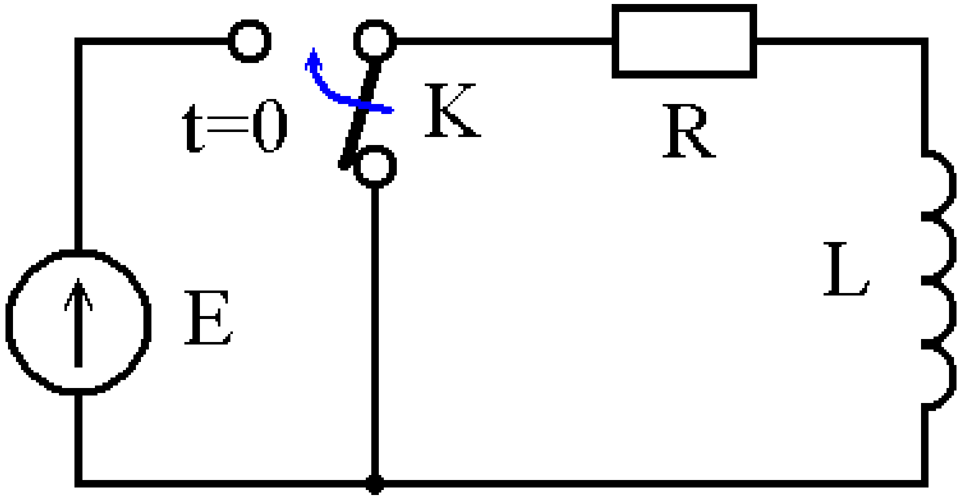
$$u_{пер} = u_{пр} + u_{св}$$

Лекция №7 Переходные процессы

1. Анализ цепи до коммутации.

Любым методом анализа находятся токи и напряжения установившегося процесса в цепи до коммутации.

Лекция №7 Переходные процессы



$$u_R + u_L = 0 \qquad i_L \cdot R + L\frac{di_l}{dt} = 0$$

$$i_L = 0 \qquad u_L = L\frac{di_l}{dt} = 0$$

Лекция №7 Переходные процессы

2. Запись начальных условий в момент коммутации. Начальные условия подразделяются на зависимые и независимые. К **независимым** начальным условиям относятся токи и напряжения, описываемые законами коммутации.

Остальные токи и напряжения относятся к **зависимым** начальным условиям и рассчитываются любым методом анализа электрической цепи установившегося процесса.

Независимые условия

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = 0$$

Зависимые условия

$$i_L = i_R = 0$$

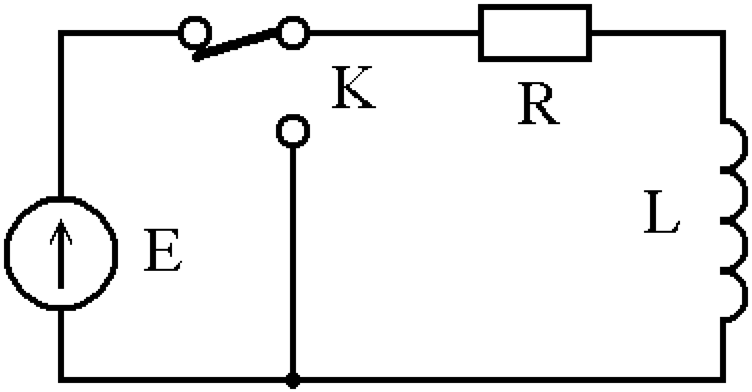
$$u_L = u_R = 0$$

Лекция №7 Переходные процессы

3. Составление характеристического уравнения цепи.

Составляется характеристическое уравнение после коммутации на основе полного сопротивления цепи. После подстановки соответствующих значений в уравнение, определяются его корни.

Лекция №7 Переходные процессы



$$\underline{Z} = R + j\omega L \qquad j\omega \Rightarrow p$$

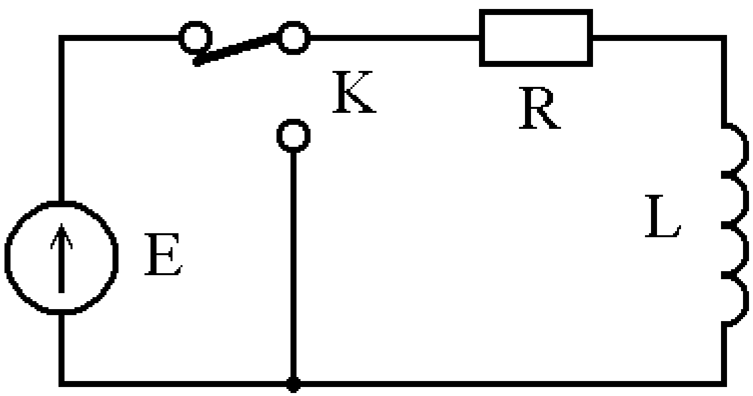
$$\underline{Z} = 0 \qquad R + pL = 0$$

$$p = -\frac{R}{L}$$

4. Анализ цепи после коммутации.

Любым методом находятся токи и напряжения установившегося процесса в цепи после коммутации.

Лекция №7 Переходные процессы



$$u_R + u_L = E \qquad i_L \cdot R + L\frac{di_L}{dt} = E$$

$$i_L \Rightarrow \text{const} \qquad \frac{di_L}{dt} = 0 \qquad i_L = \frac{E}{R} = i_{L\,\text{пр}}$$

5. Запись общего решения дифференциального уравнения после коммутации.

Общее решение представляет собой свободную составляющую реакции цепи на коммутацию и записывается в виде суммы экспонент, количество слагаемых которой определяется числом корней характеристического уравнения.

$$i_{L\,\text{св}} = A \cdot e^{pt}$$

6. Запись в общем виде полной реакции цепи на коммутацию.

Полный вид реакции цепи на коммутацию представляет собой сумму свободной и принужденной составляющих решения дифференциального уравнения после коммутации. Принужденная составляющая определяется в пункте 4.

Лекция №7 Переходные процессы

$$i_L(t) = i_{L\,\text{св}} + i_{L\,\text{пр}} = A \cdot e^{pt} + \frac{E}{R}$$

7. Определение постоянных интегрирования.

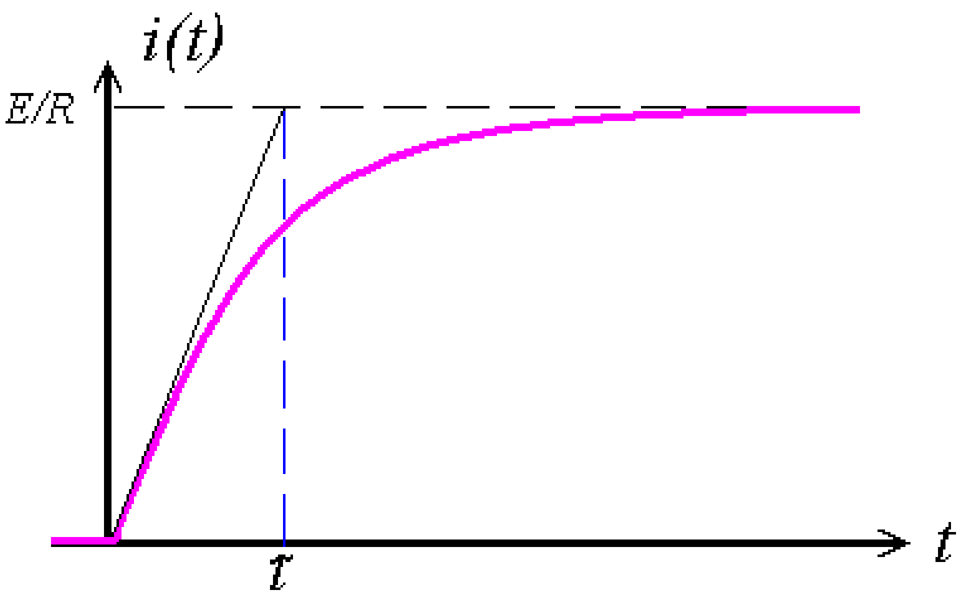
Постоянные интегрирования определяются подстановкой начальных условий (пункт 2) в уравнение, описывающее реакцию цепи (ток или напряжение).

$$i_L(0) = A \cdot e^{p0} + \frac{E}{R} = 0 \quad A = -\frac{E}{R}$$

Лекция №7 Переходные процессы

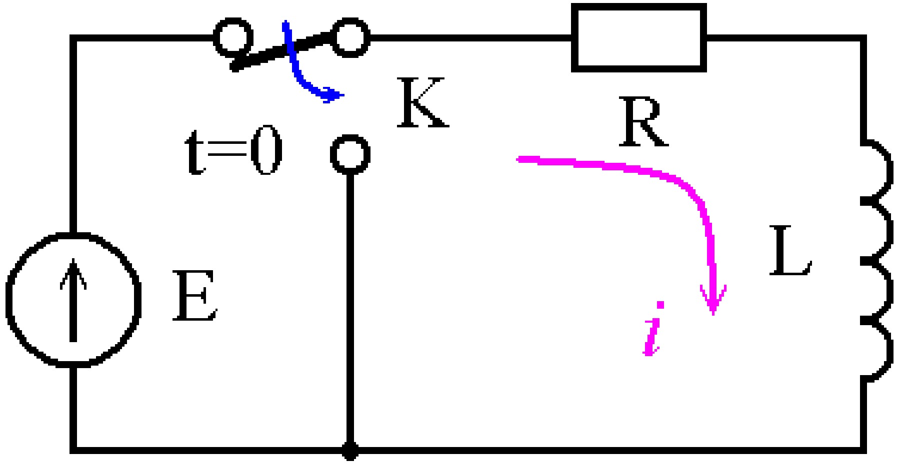
8. Запись окончательного выражения, описывающего искомый ток или напряжение после коммутации.

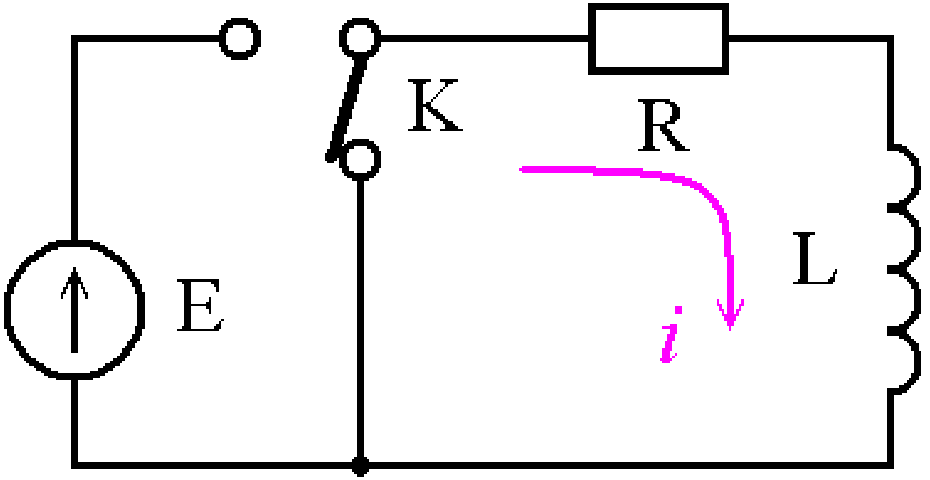
$$i_L(t) = \frac{E}{R} - \frac{E}{R}\cdot e^{pt} = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right)$$



$$\tau = \frac{L}{R}$$

Лекция №7 Переходные процессы





Лекция №7 Переходные процессы

1. Анализ цепи до коммутации.

$$u_R + u_L = E \qquad i \cdot R + L\frac{di}{dt} = E$$

$$i \Rightarrow \text{const} \qquad \frac{di}{dt} = 0 \qquad i = \frac{E}{R}$$

2. Запись начальных условий в момент коммутации

$$i_L(0_+) = i_L(0_-) = \frac{E}{R}$$

Лекция №7 Переходные процессы

3. Составление характеристического уравнения цепи.

$$\underline{Z} = R + j\omega L \qquad j\omega \Rightarrow p$$

$$\underline{Z} = 0 \qquad R + pL = 0$$

$$p = -\frac{R}{L}$$

4. Анализ цепи после коммутации.

$$u_R + u_L = 0 \qquad i_L \cdot R + L\frac{di_l}{dt} = 0$$

$$i_L = 0 \qquad u_L = L\frac{di_l}{dt} = 0$$

5. Запись общего решения дифференциального уравнения после коммутации.

$$i_{L\,\text{св}} = A \cdot e^{pt}$$

6. Запись в общем виде полной реакции цепи на коммутацию.

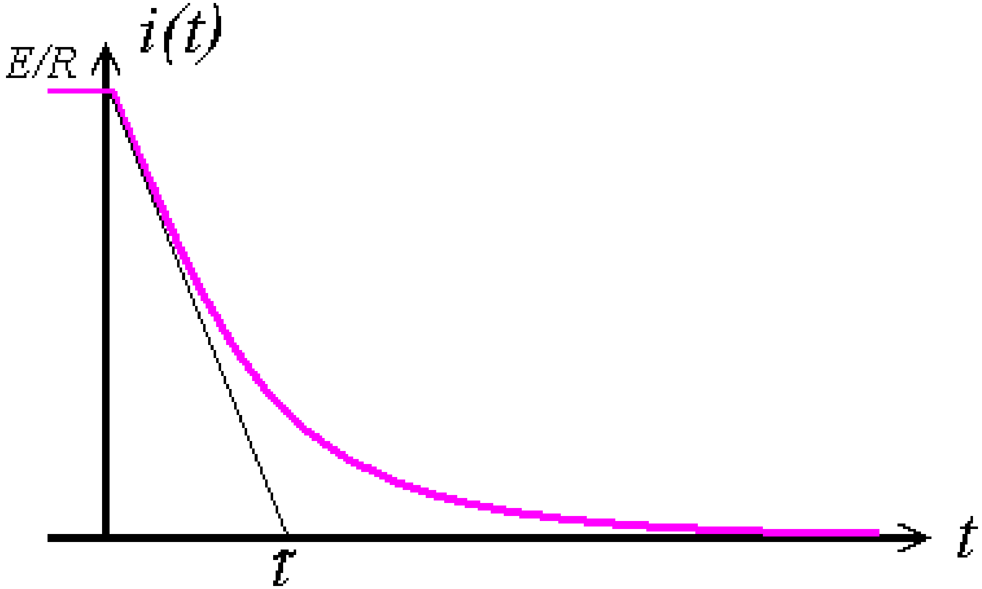
$$i_L(t) = i_{L\,\text{св}} + i_{L\,\text{пр}} = A \cdot e^{pt}$$

7. Определение постоянных интегрирования.

$$i_L(0) = A \cdot e^{p0} = \frac{E}{R} \quad A = \frac{E}{R}$$

8. Запись окончательного выражения, описывающего искомый ток или напряжение после коммутации.

$$i_L(t) = \frac{E}{R} \cdot e^{pt} = \frac{E}{R} e^{-\frac{R}{L}t}$$

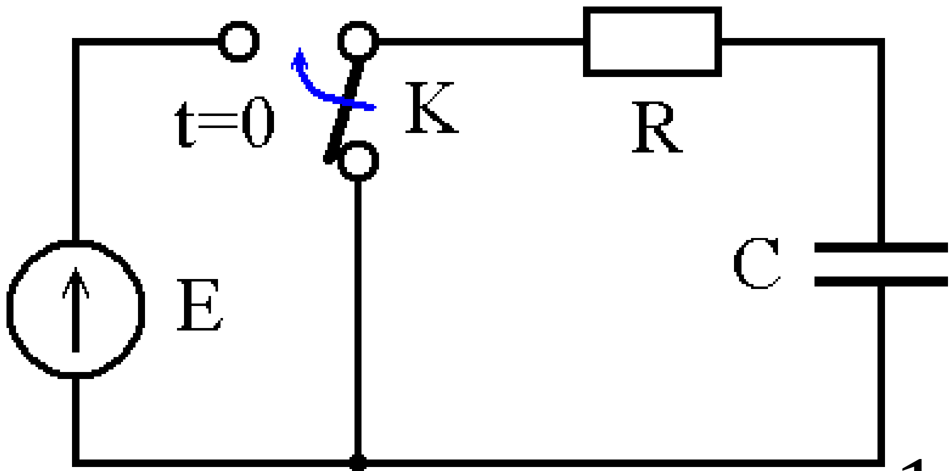


$$\tau = \frac{L}{R}$$

Лекция №7 Переходные процессы

Анализ переходного процесса в цепи с элементами R и C

1. Анализ установившегося процесса до коммутации.



$$u_R + u_C = 0 \qquad i_C \cdot R + \frac{1}{C}\int i dt = 0$$

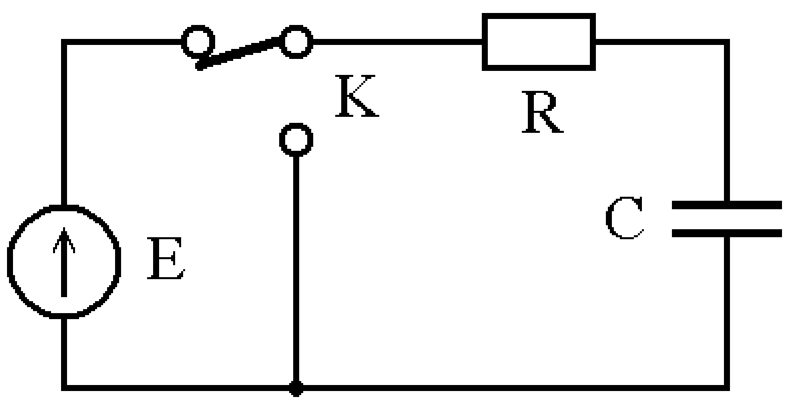
$$i_C = 0 \qquad u_C = \frac{1}{C}\int i dt = 0$$

Лекция №7 Переходные процессы

2. Запись начальных условий в момент коммутации

$$u_C(0_+) = u_C(0_-) = 0$$

3. Составление характеристического уравнения цепи.

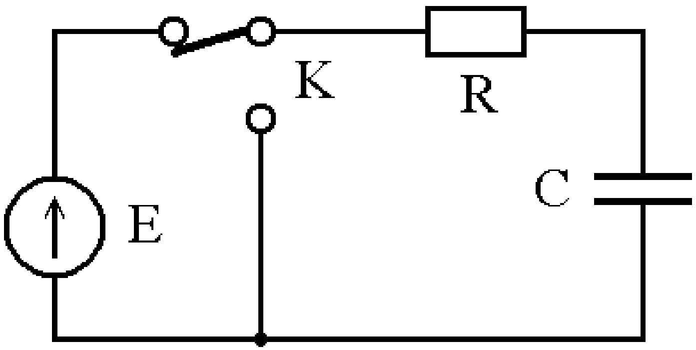


$$\underline{Z} = R + \frac{1}{j\omega C} \qquad j\omega \Rightarrow p$$

$$R + \frac{1}{pC} = 0 \qquad p = -\frac{1}{RC}$$

4. Анализ цепи после коммутации.

(t=∞)



$$u_R + u_C = E \qquad i_C \cdot R + u_C = E$$

$$i_C \Rightarrow \text{const} \qquad \frac{du_C}{dt} = 0 \qquad i_C = 0$$

$$u_C = E = u_{C\,\text{пр}}$$

5. Запись общего решения дифференциального уравнения после коммутации.

$$u_{C\,\text{св}} = A \cdot e^{pt}$$

Лекция №7 Переходные процессы

6. Запись в общем виде полной реакции цепи на коммутацию.

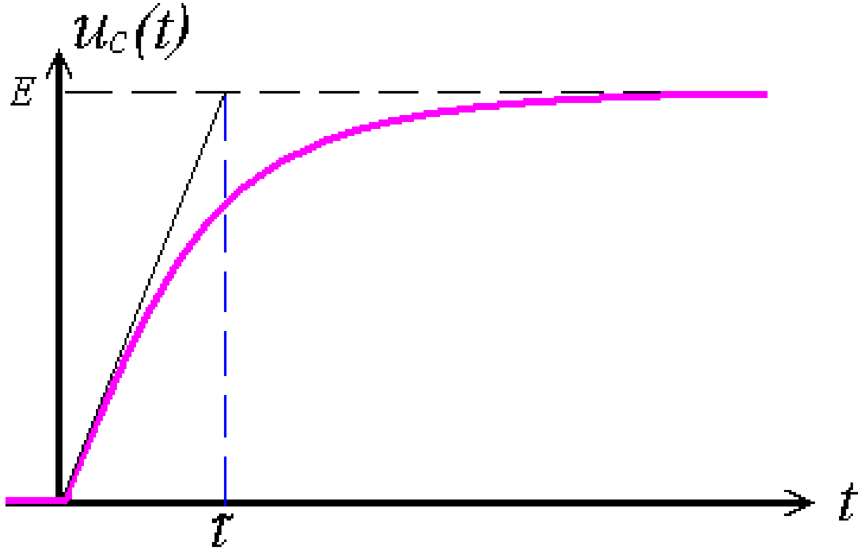
$$u_C(t) = u_{C\,\text{св}} + u_{C\,\text{пр}} = A \cdot e^{pt} + E$$

7. Определение постоянных интегрирования.

$$u_C(0) = A \cdot e^{p0} + E = 0 \qquad A = -E$$

8. Запись окончательного выражения, описывающего
искомый ток или напряжение после коммутации.

$$u_C(t) = E - E \cdot e^{pt} = E(1 - e^{-\frac{1}{RC}t})$$

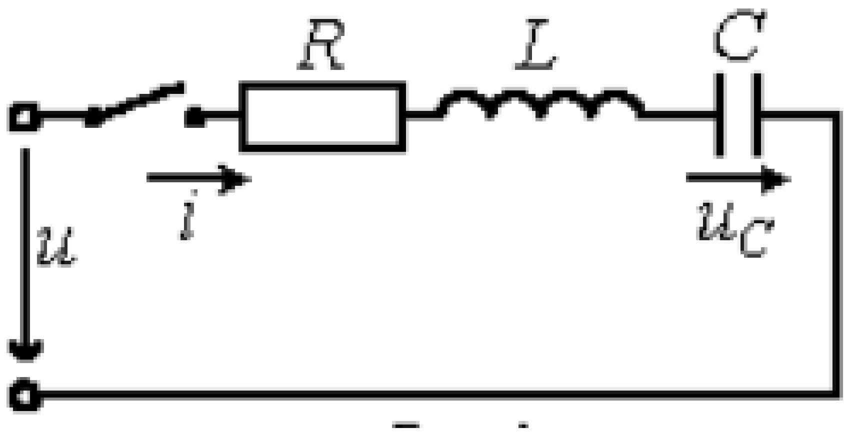


$$\tau = RC$$

Лекция №7 Переходные процессы

Для электрических цепей с элементами, имеющими постоянное значение R, L и C уравнения, описывающие переходные процессы, представляют собой линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами, порядок которых равен числу независимых накопителей энергии.

Лекция №7 Переходные процессы



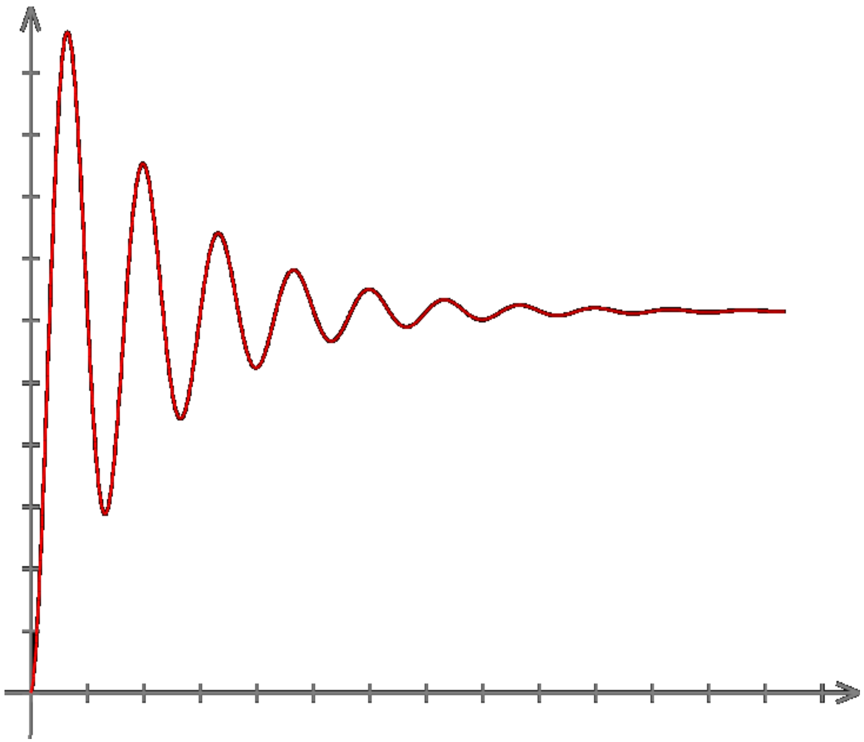
$$u(t) = Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int idt$$

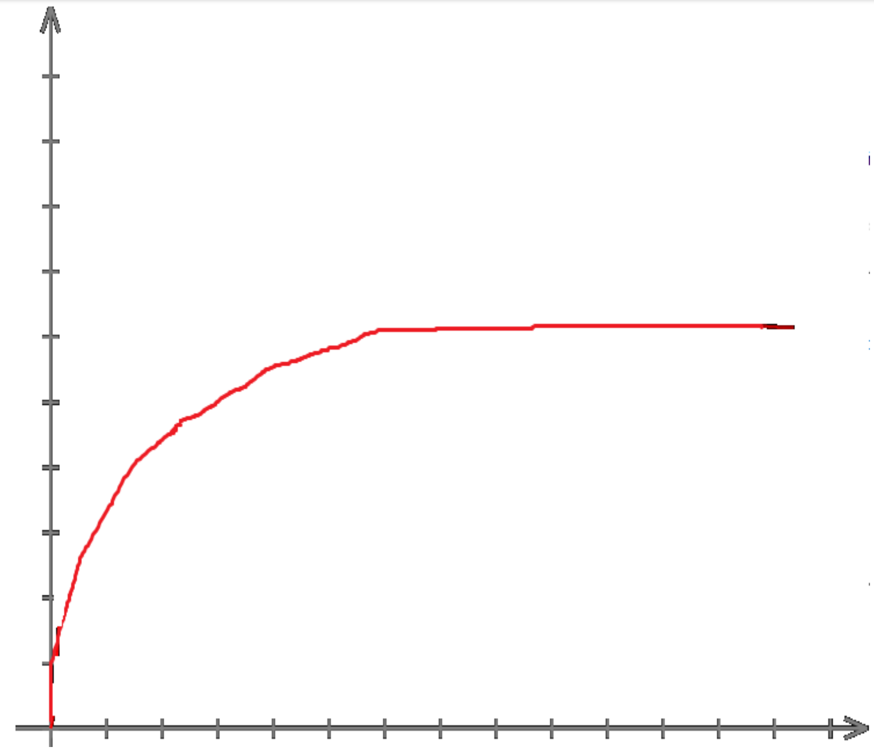
$$p_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}$$

Лекция №7 Переходные процессы

Если корни получившегося уравнения вещественные, изменение сигнала происходит апериодично. Если корни комплексно-сопряженные, наблюдается затухающие колебания.

Лекция №7 Переходные процессы





$$R < R_{кр} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$$

$$R > R_{кр} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$$

Лекция №9 Переходные процессы

Лекция №7 Переходные процессы

Операторный метод расчета

Заключающийся в решении системы алгебраических уравнений относительно изображений искомых переменных с последующим переходом от найденных изображений к оригиналам

Использует прямое и обратное преобразование Лапласа.

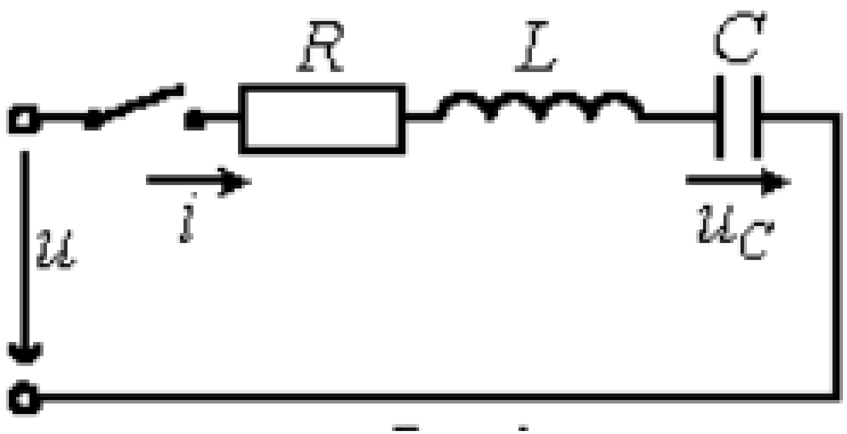
$$f(t) \to F(p)$$

$$p = \frac{d}{dt}$$

$$F(p) = \int_0^\infty e^{-pt} f(t)dt$$

Лекция №7 Переходные процессы

1. Рассматриваем все элементы цепи как сопротивления, для которых находим изображения



Лекция №7 Переходные процессы

$$u = iR \Rightarrow U = IR \Rightarrow Z_R = R$$

$$u = L\frac{di}{dt} \Rightarrow U = IpL \Rightarrow Z_L = pL$$

$$u = \frac{1}{C}\int idt \Rightarrow U = \frac{I}{pC} \Rightarrow Z_C = \frac{1}{pC}$$

$$Z(p) = R + pL + \frac{1}{pC}$$

Лекция №7 Переходные процессы

2. Используя указанные значения находим изображения токов в цепи любым методом анализа цепей. Если начальные условия были ненулевые, то добавляем соответствующие им источники ЭДС

$$I(p) = \frac{U(p)}{Z(p)} = \frac{U}{p\left(R + pL + \dfrac{1}{pC}\right)} = \frac{U}{\left(p^2 L + pR + \dfrac{1}{C}\right)}$$

$$p_{1,2} = \frac{-R \pm \sqrt{R^2 - 4\dfrac{L}{C}}}{2L}$$

$$I(p) = \frac{U}{L(p - p_1)(p - p_2)}$$

Лекция №7 Переходные процессы

3. По изображения токов находим оригиналы, которые и будут являться искомыми решениями дифференциальных уравнений.

$$I(p)=\frac{U}{L(p-p_1)(p-p_2)}$$

$$i(t)=\frac{U}{L(p_1-p_2)}\left(e^{p_2 t}-e^{p_1 t}\right)$$

Лекция 7

Переходные процессы

Параграф 4.1-4.6 учебника