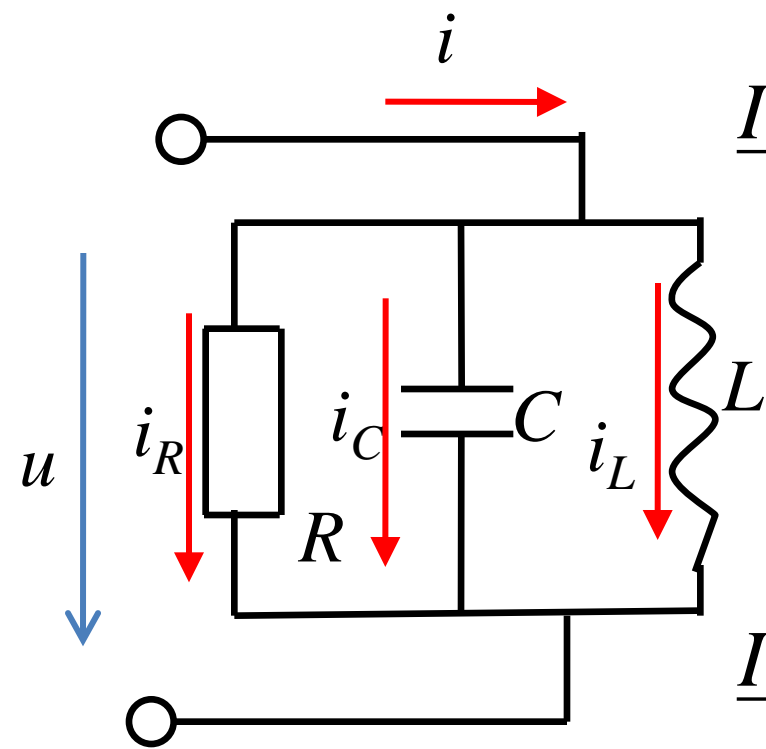


Лекция 6

Параллельное соединение элементов R,L и C. Резонанс.

Параграф 2.9-2.15 учебника

Лекция №6 Параллельное соединение элементов



$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_{\text{ЭК}1}} \quad \underline{I}_2 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_{\text{ЭК}2}} \quad \underline{I}_3 = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}_{\text{ЭК}3}}$$

$$\underline{Z}_{\text{ЭК}1} = R$$

$$\underline{Z}_{\text{ЭК}2} = -jX_C$$

$$\underline{Z}_{\text{ЭК}3} = jX_L$$

$$\underline{I} = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 =$$

$$= \left(\frac{1}{\underline{Z}_{\text{ЭК}1}} + \frac{1}{\underline{Z}_{\text{ЭК}2}} + \frac{1}{\underline{Z}_{\text{ЭК}3}} \right) \underline{U} = \frac{1}{\underline{Z}_{\text{ЭК}}} \underline{U}$$

Лекция №6 Параллельное е соединение ЭЛЕМЕНТОВ

$$\underline{Y}_{\text{ЭК}1} = \frac{1}{\underline{Z}_{\text{ЭК}1}} \quad \underline{Y}_{\text{ЭК}2} = \frac{1}{\underline{Z}_{\text{ЭК}2}} \quad \underline{Y}_{\text{ЭК}3} = \frac{1}{\underline{Z}_{\text{ЭК}3}}$$

$$\underline{Y}_{\text{ЭК}} = \underline{Y}_{\text{ЭК}1} + \underline{Y}_{\text{ЭК}2} + \underline{Y}_{\text{ЭК}3} = Y_{\text{ЭК}} e^{j\varphi_{\text{ЭК}}}$$

$$Y_{\text{ЭК}} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right)^2} \quad \varphi_{\text{ЭК}} = \arctg \left(\frac{\left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right)}{\frac{1}{R}} \right)$$

$$Z_{\text{ЭК}} = \frac{1}{Y_{\text{ЭК}}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right)^2}}$$

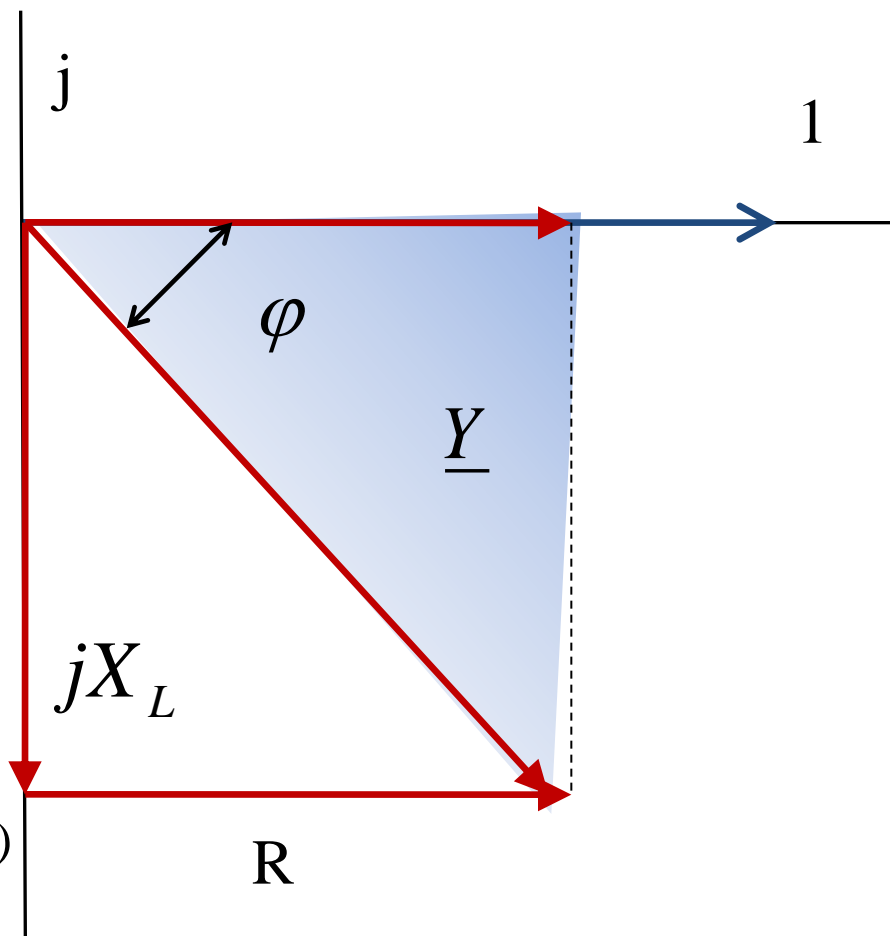
Лекция № 6 Параллельное соединение элементов

$$\underline{Y}_{\text{ЭК}} = \frac{1}{R + jX}$$

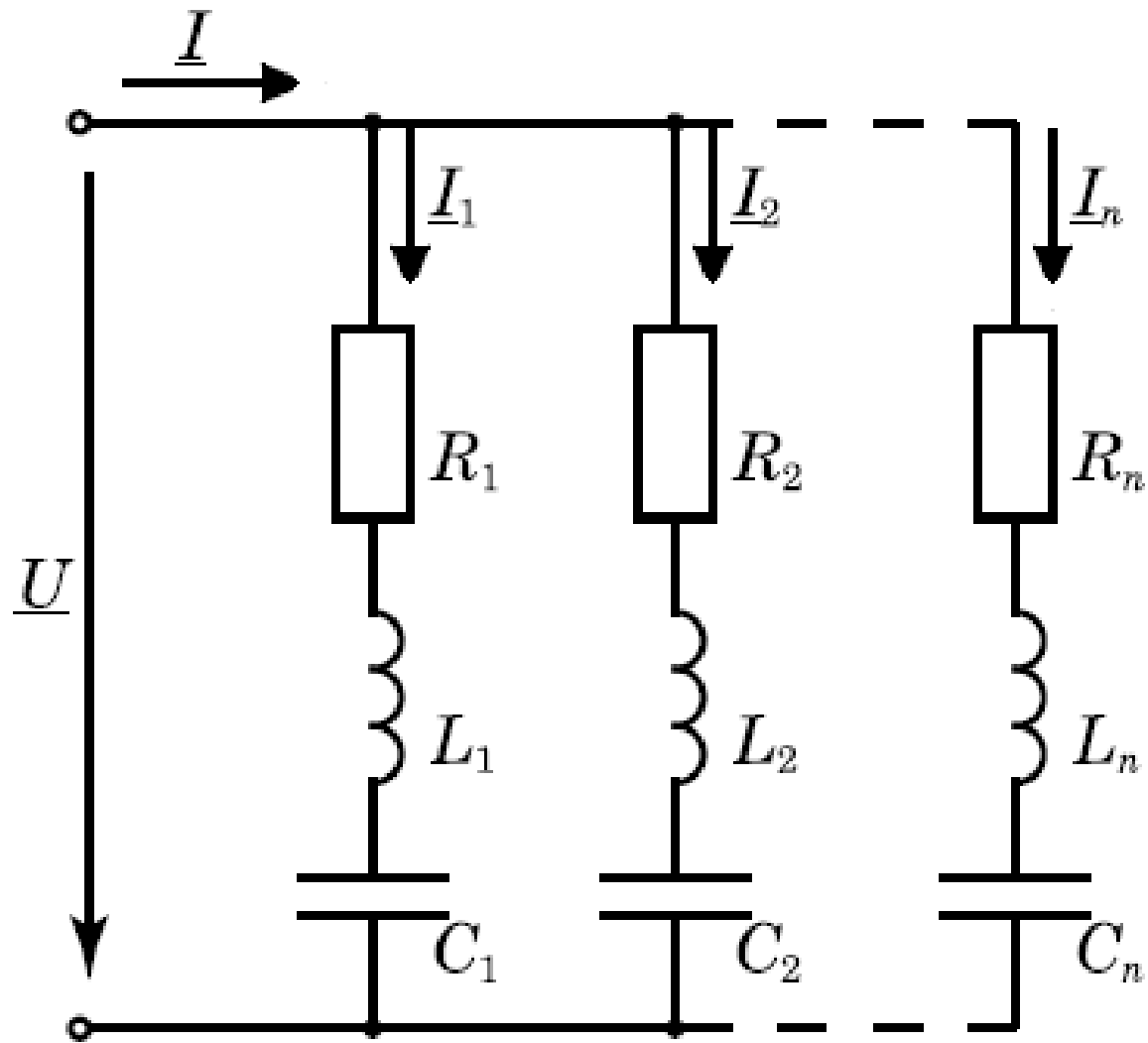
$$Y_{\text{ЭК}} = \frac{1}{\sqrt{R^2 + X^2}}$$

$$\operatorname{tg} \varphi_{\text{ЭК}} = \frac{X}{R}$$

$$\underline{Y}_{\text{ЭК}} = \frac{1}{\sqrt{R^2 + X^2}} e^{j \cdot \arctg(X/R)}$$



Лекция № 6 Параллельное соединение элементов



Лекция № 6 Параллельное соединение элементов

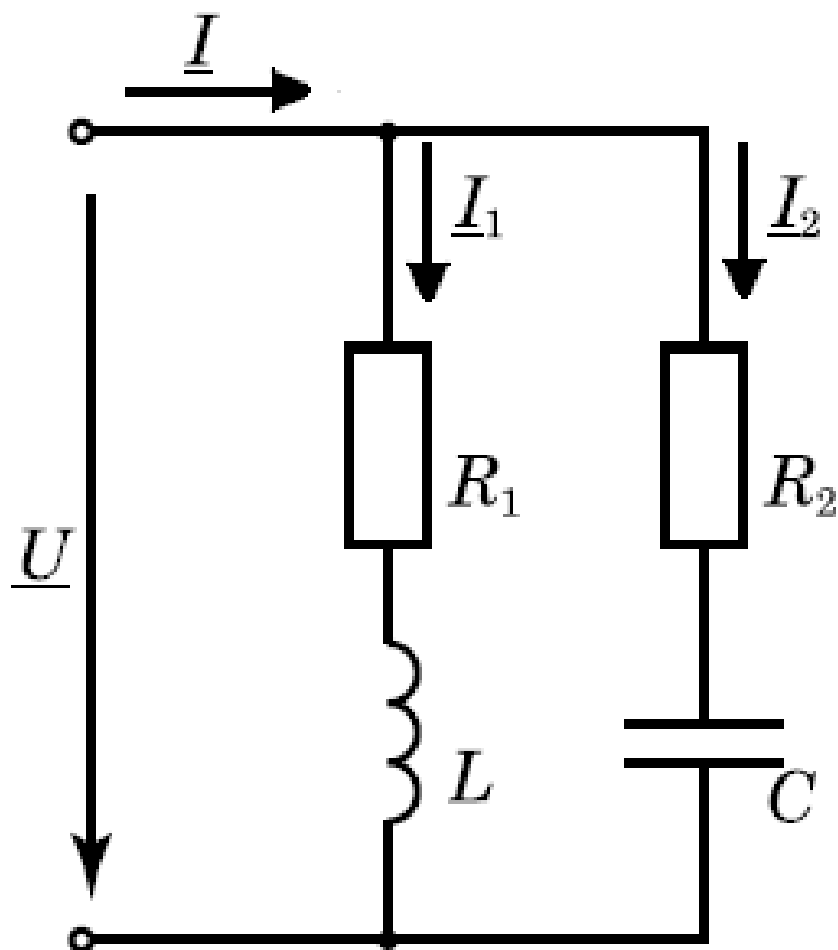
$$\underline{Y} = \frac{1}{R + j(X_L - X_C)} = \frac{1}{R + jX} = \frac{1}{R + jX} \cdot \frac{R - jX}{R - jX} =$$
$$= \frac{R - jX}{R^2 + X^2}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$$

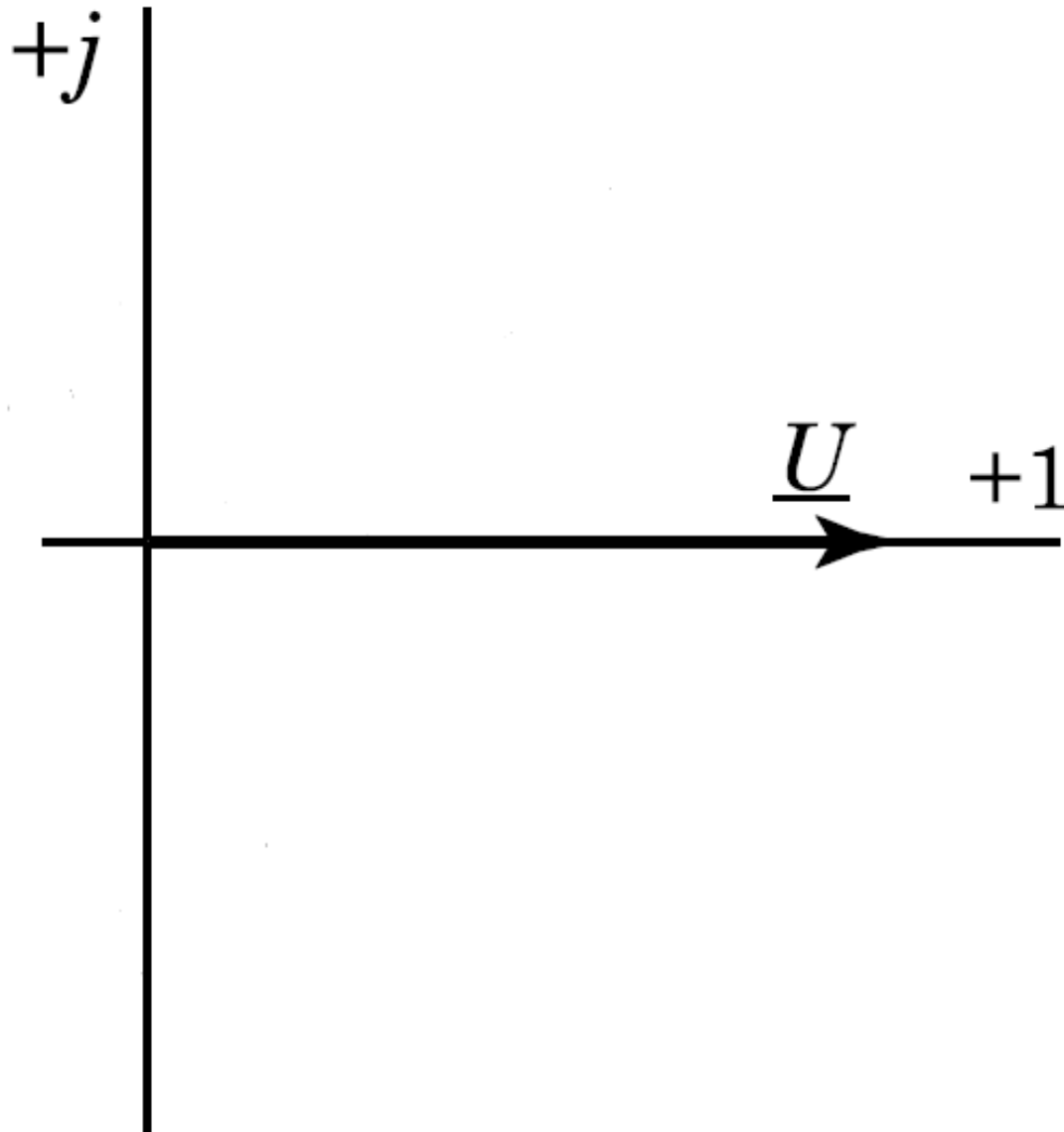
$$\underline{Y} = \frac{R - jX}{Z^2} = \frac{R}{Z^2} - \frac{jX}{Z^2} = \frac{R}{Z^2} - j \left(\frac{X_L}{Z^2} - \frac{X_C}{Z^2} \right)$$

$$\underline{Y}_{\text{ЭК}} = \sum_k \underline{Y}_k = \sum_k \left(\frac{R_k}{Z_k^2} - \frac{jX_k}{Z_k^2} \right) \quad \underline{Z}_{\text{ЭК}} = \frac{1}{\underline{Y}_{\text{ЭК}}}$$

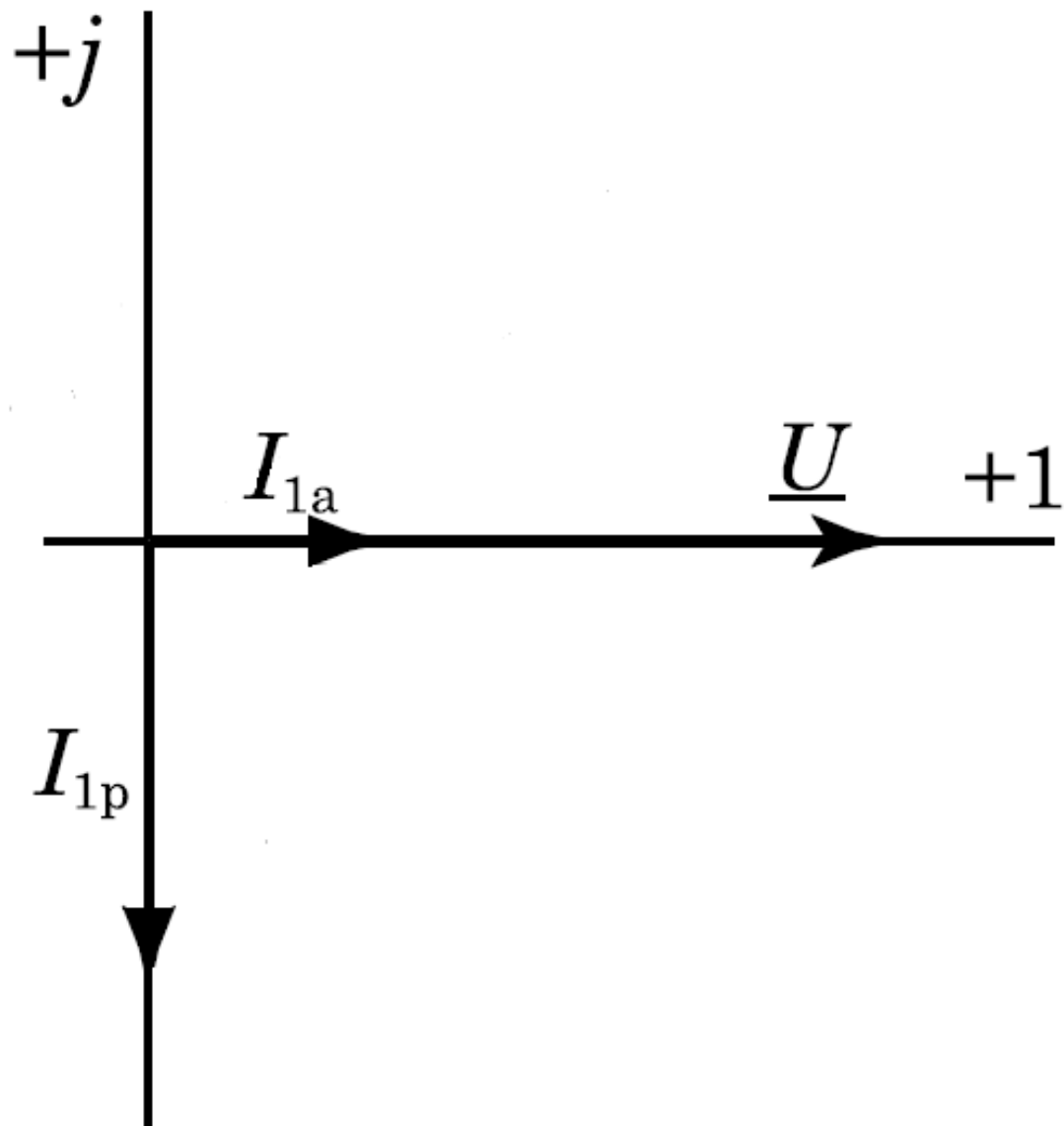
Лекция № 6 Векторная диаграмма



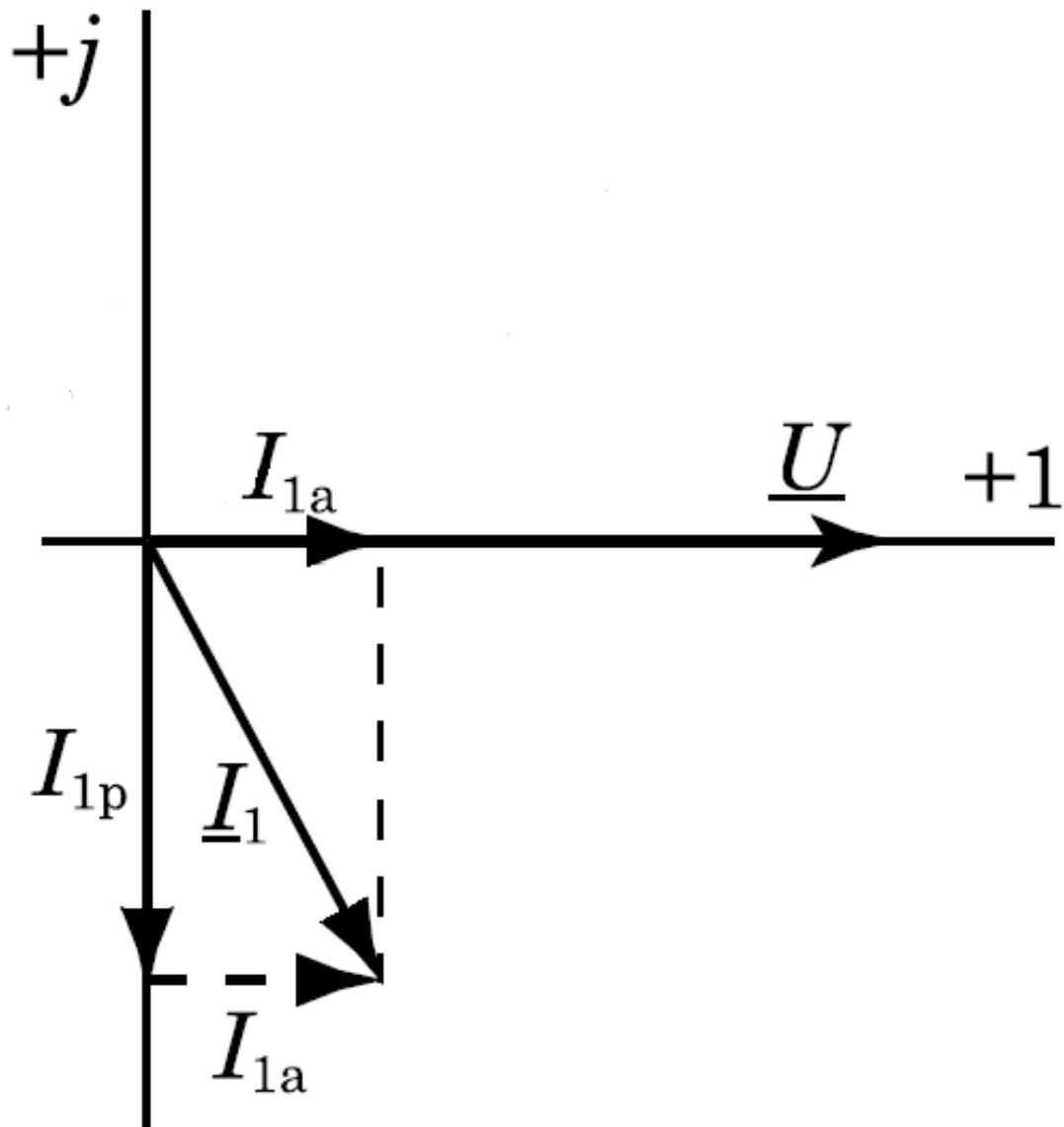
Лекция № 6 Векторная диаграмма



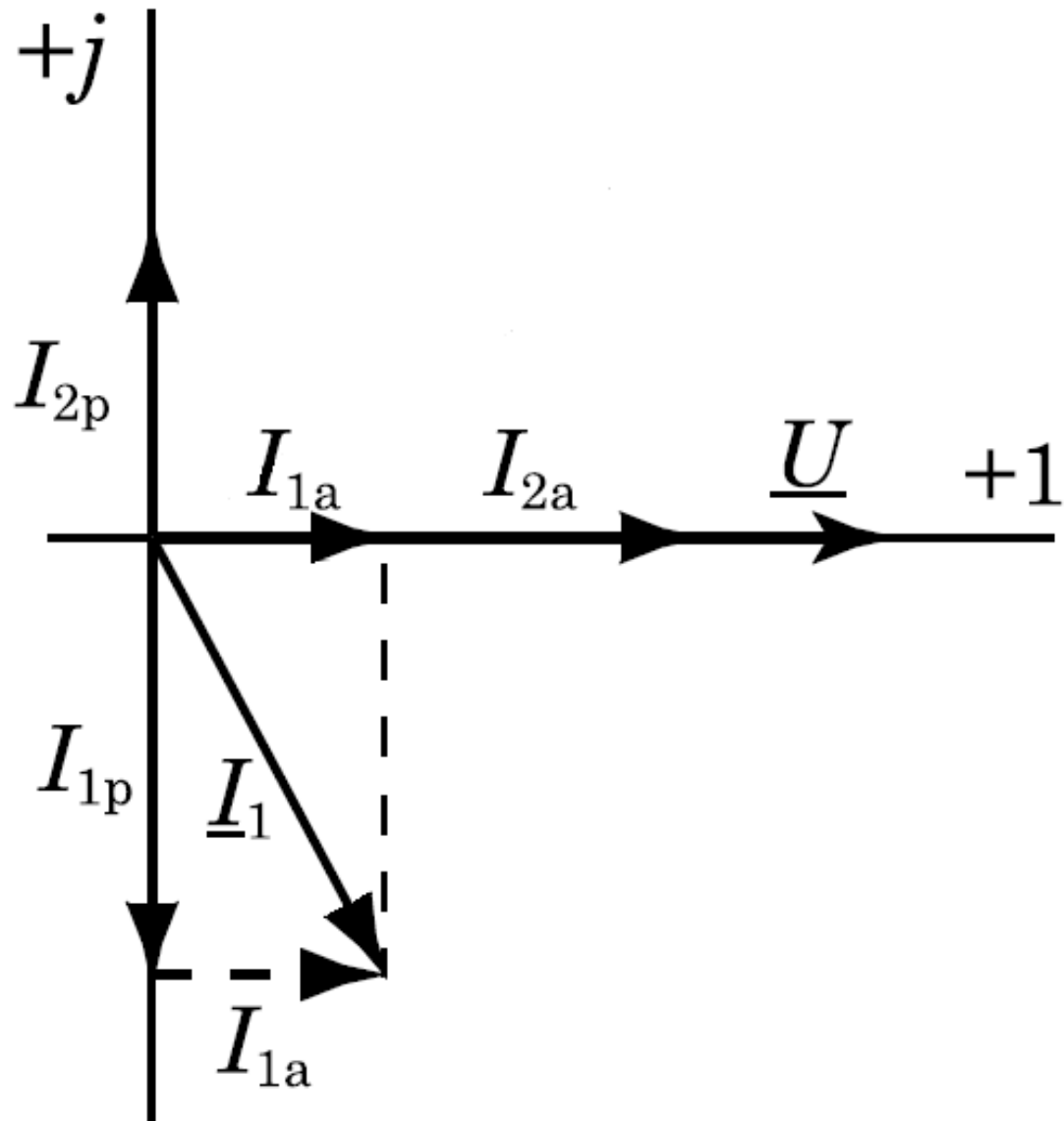
Лекция № 6 Векторная диаграмма



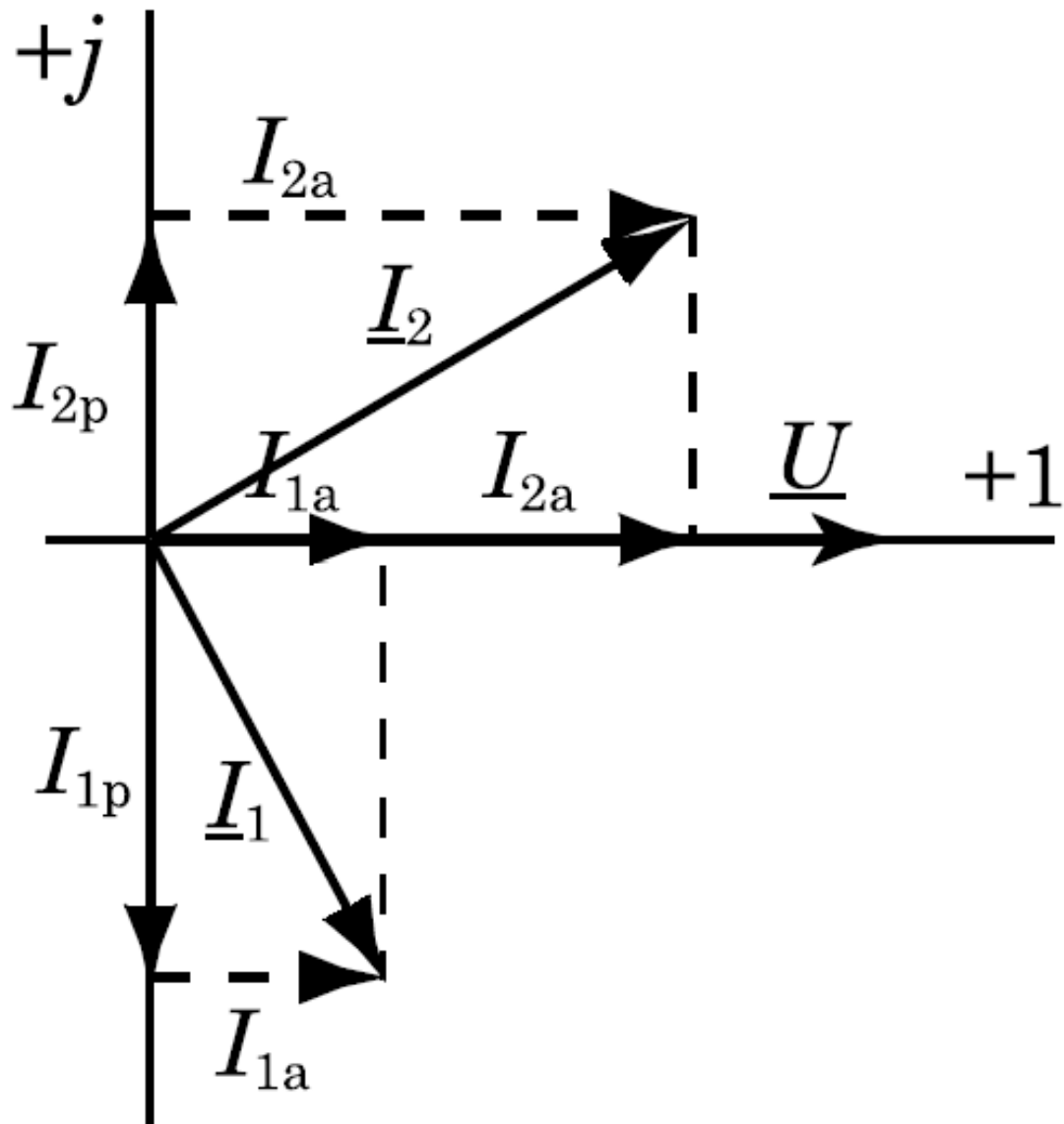
Лекция № 6 Векторная диаграмма



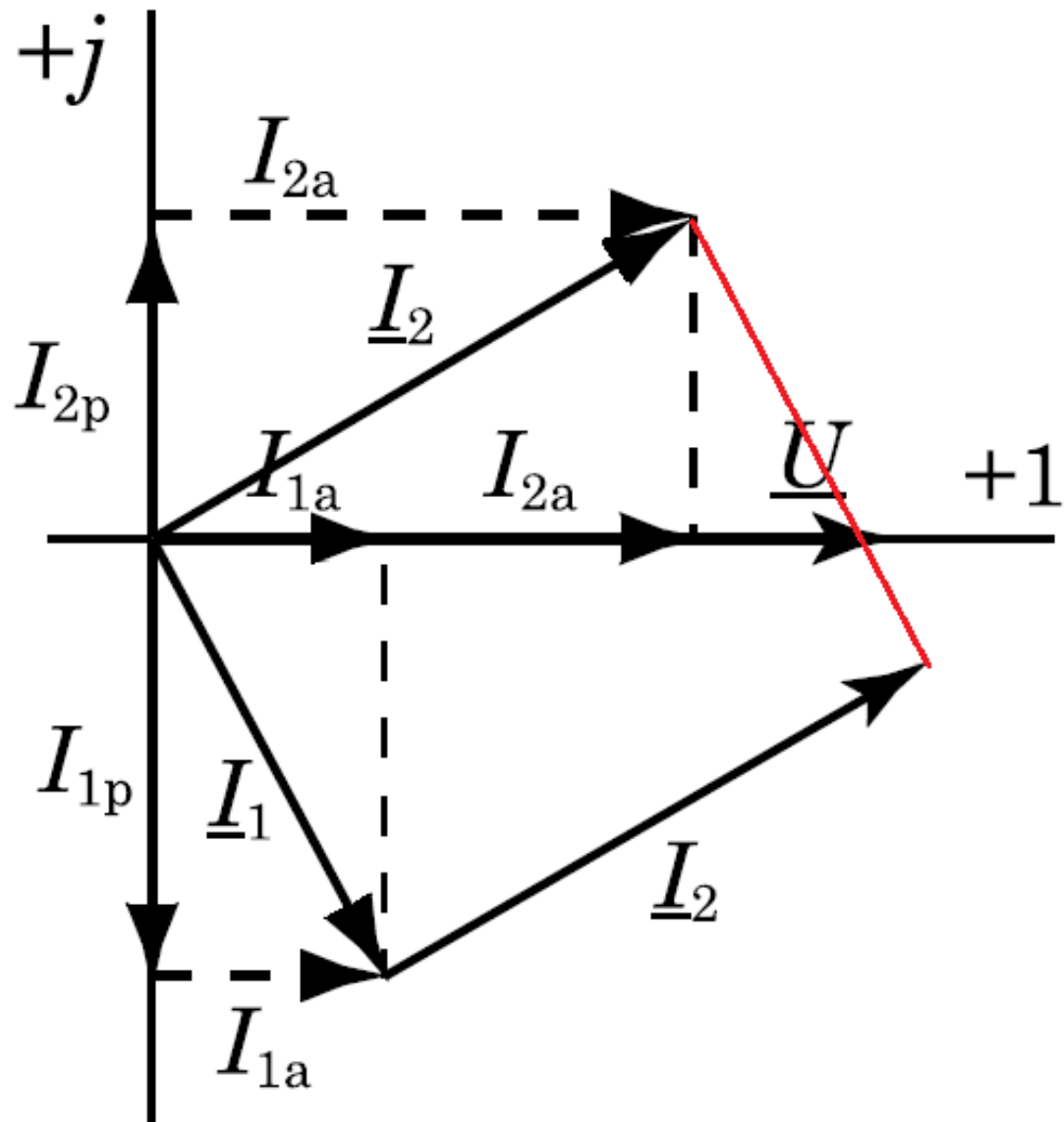
Лекция № 6 Векторная диаграмма



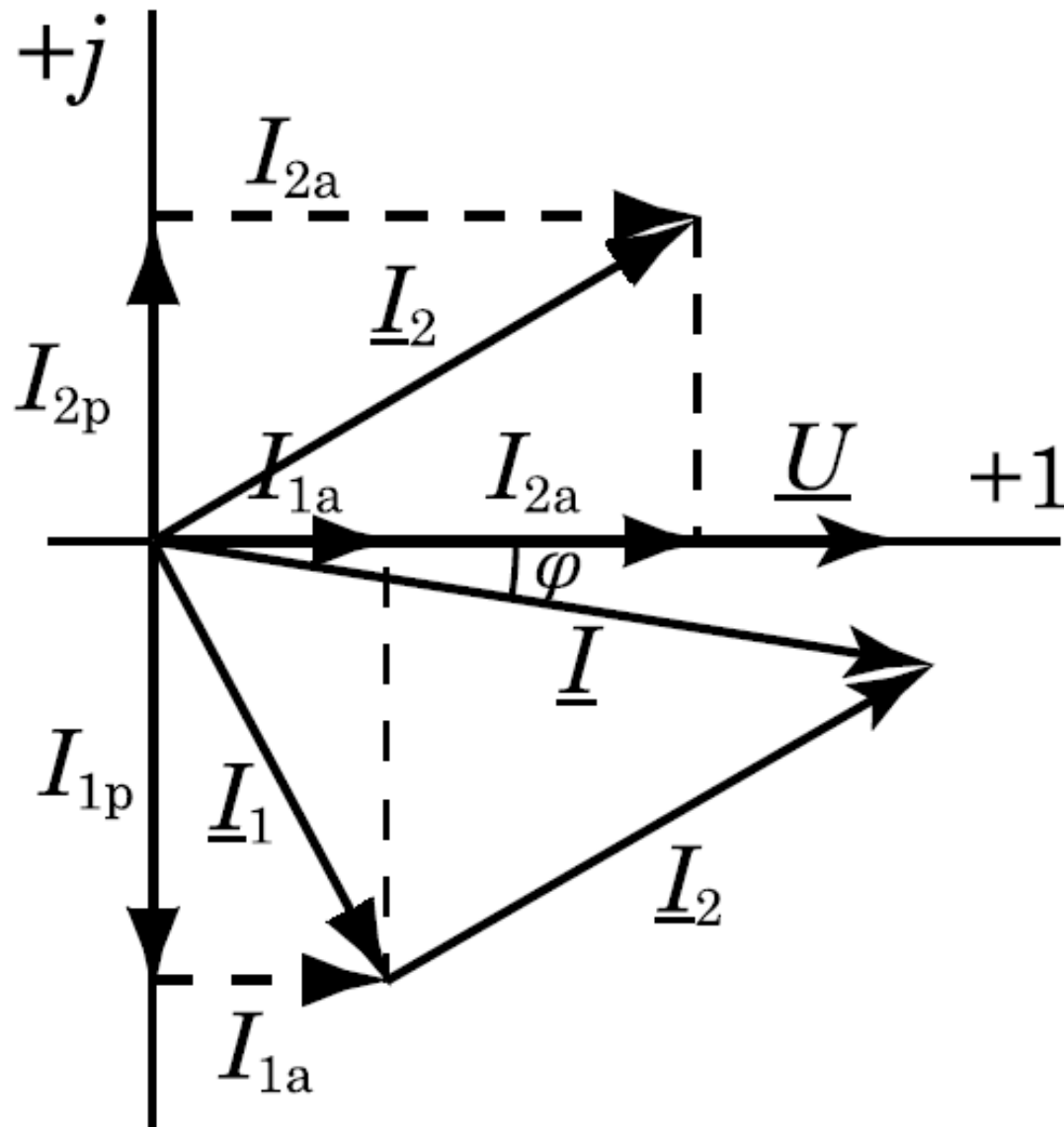
Лекция № 6 Векторная диаграмма



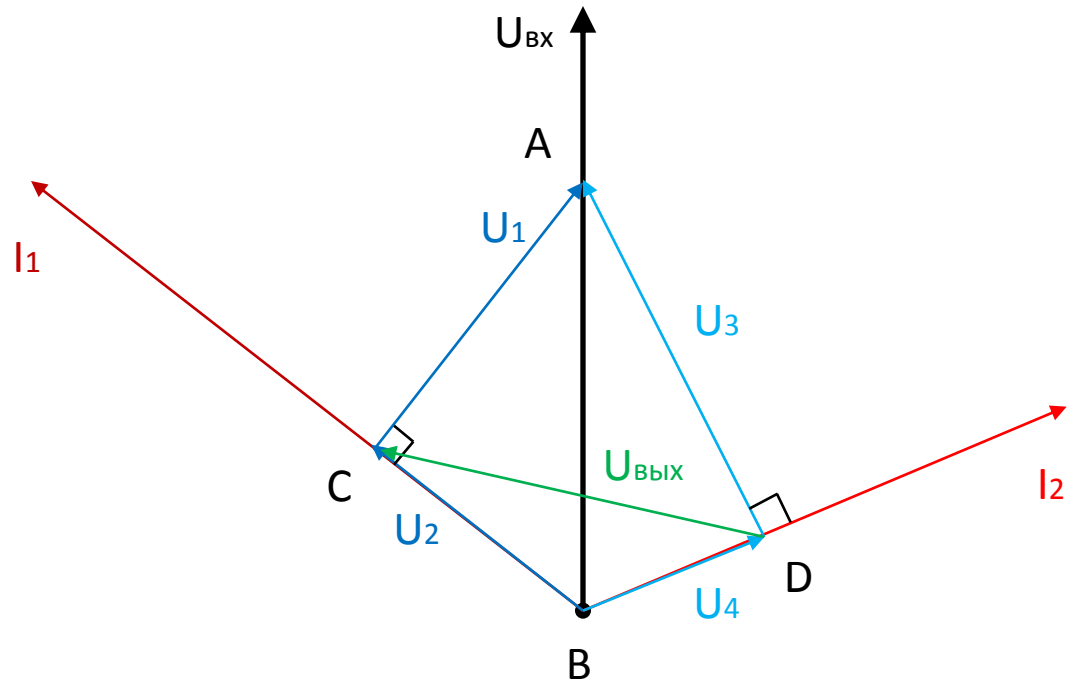
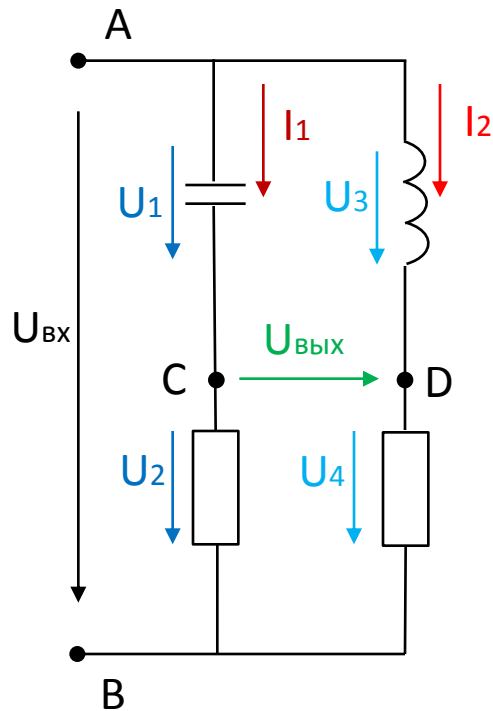
Лекция № 6 Векторная диаграмма



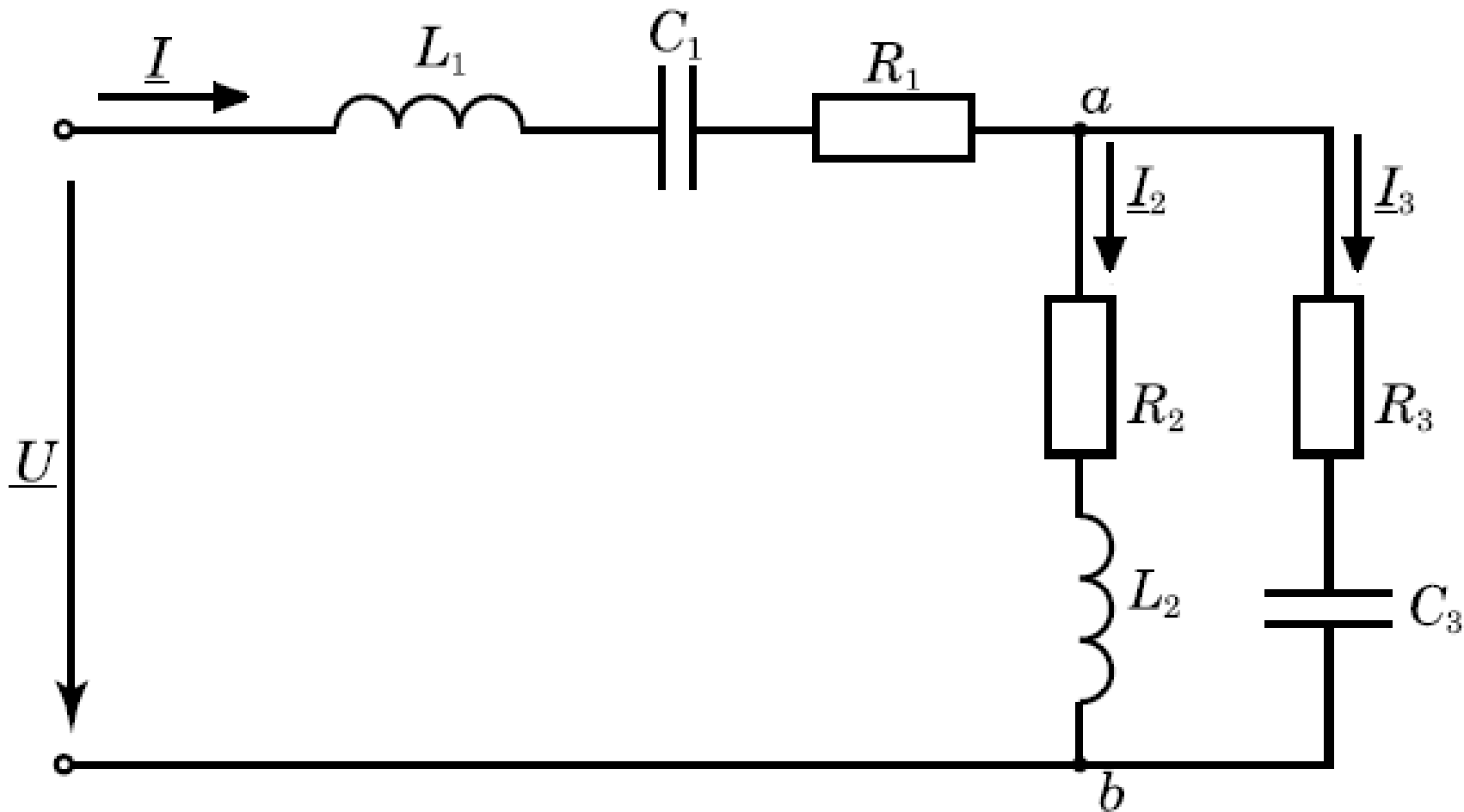
Лекция № 6 Векторная диаграмма



Лекция № 6 Топографическая диаграмма



Лекция № 6 Смешанное соединение



Лекция № 6 Смешанное соединение

$$\omega = 2\pi f$$

$$X_{L1} = \omega L_1$$

$$X_{C1} = \frac{1}{\omega C_1}$$

$$X_{L2} = \omega L_2$$

$$X_{C3} = \frac{1}{\omega C_3}$$

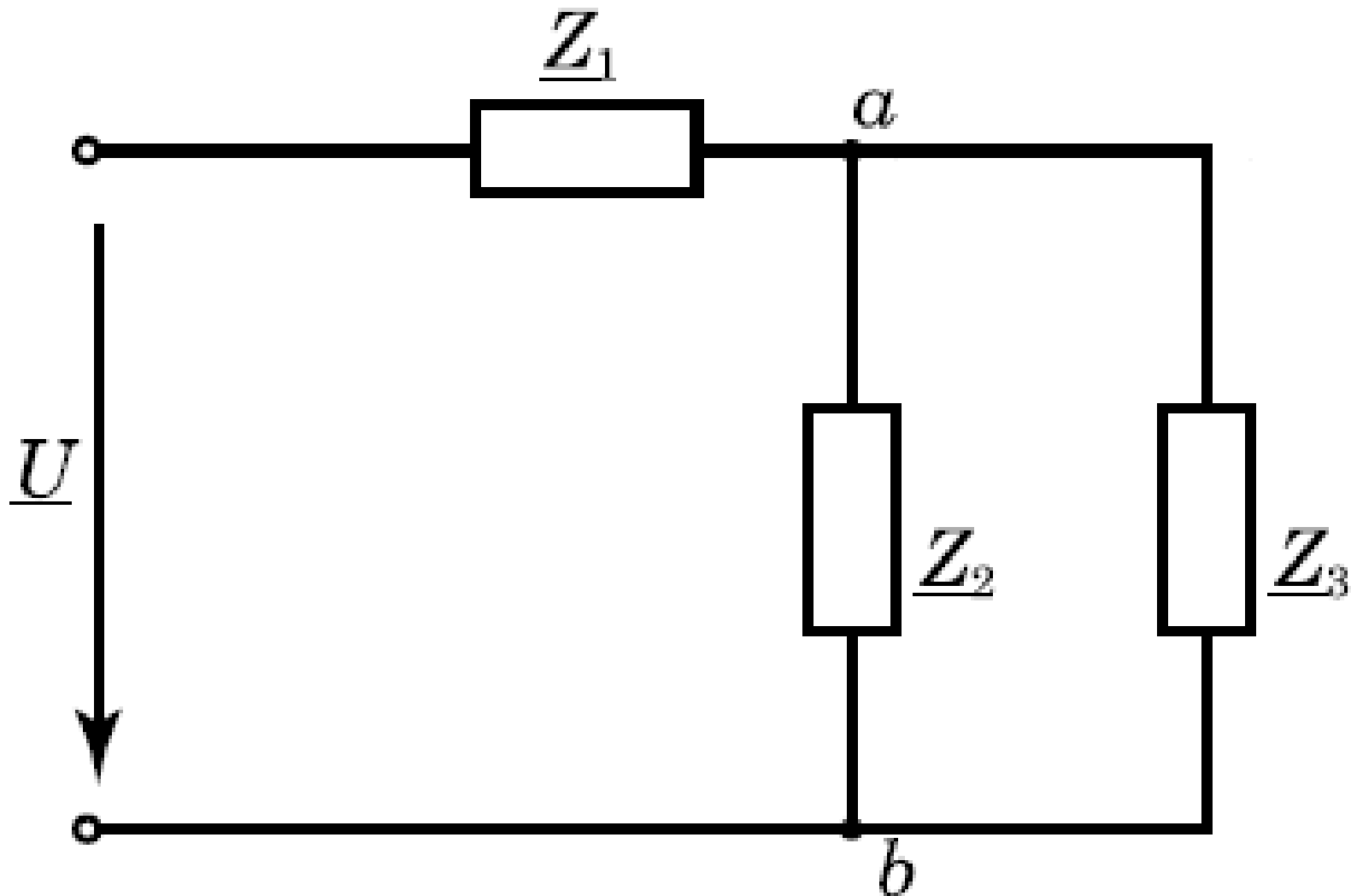
Лекция № 6 Смешанное соединение

$$\underline{Z}_1 = R_1 + j(X_{L1} - X_{C1}) = R_1 + jX_1 = Z_1 e^{j\varphi_1}$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 + jX_{L2} = Z_2 e^{j\varphi_2}$$

$$\underline{Z}_3 = R_3 - jX_{C3} = Z_3 e^{j\varphi_3}$$

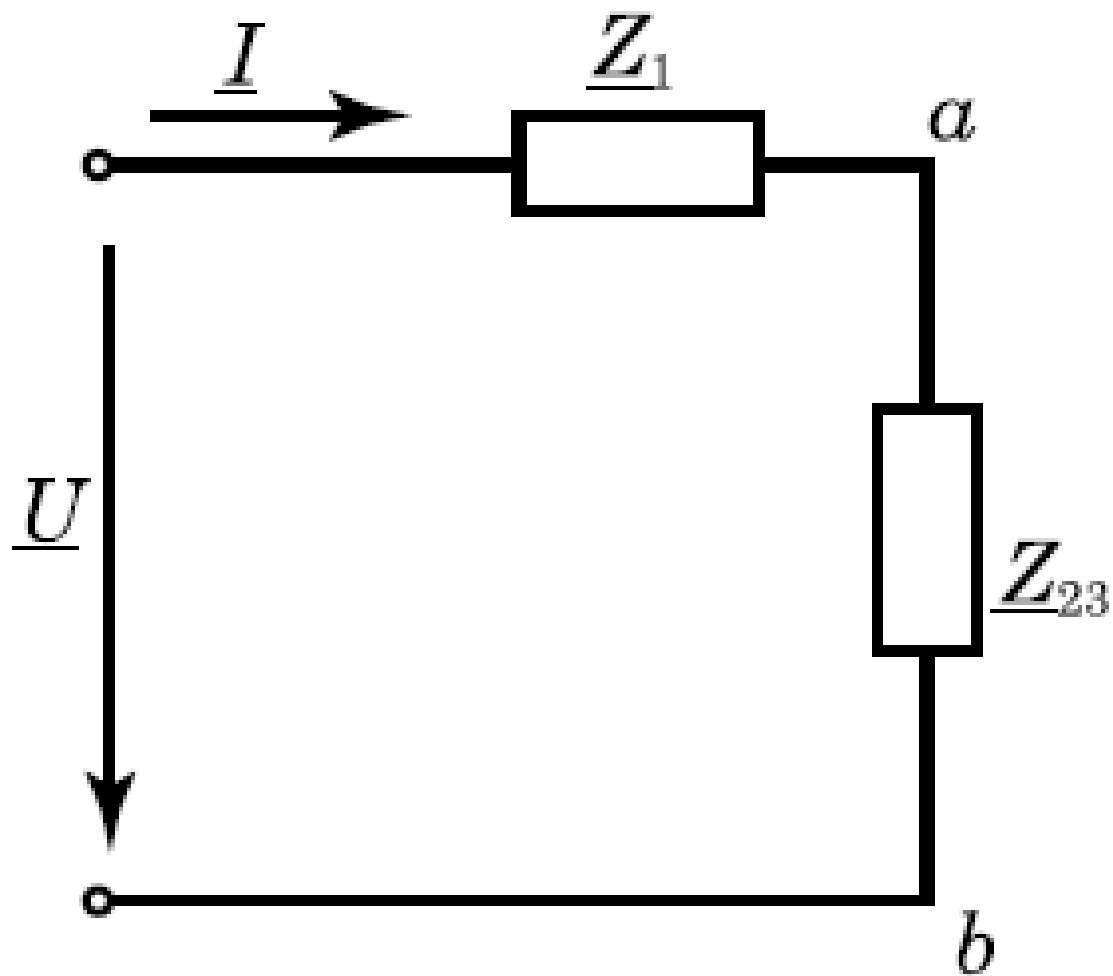
Лекция № 6 Смешанное соединение



Лекция № 6 Смешанное соединение

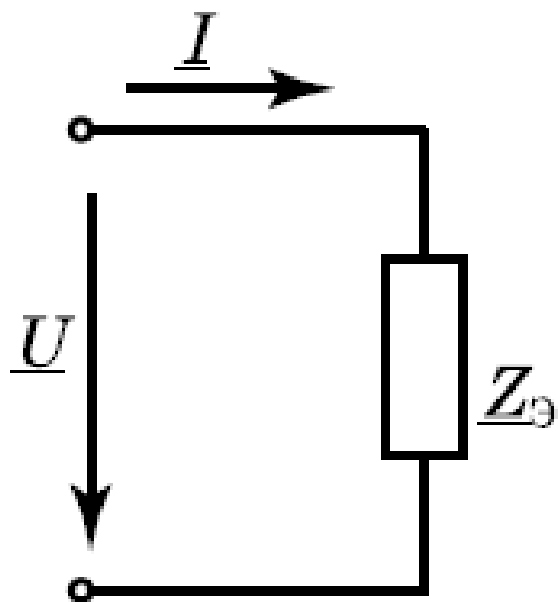
$$\begin{aligned}\underline{Z}_{23} &= \frac{\underline{Z}_2 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = \frac{Z_2 e^{j\varphi_2} Z_3 e^{j\varphi_3}}{R_2 + jX_{L2} + R_3 - jX_{C3}} = \\ &= \frac{Z_2 Z_3 e^{j(\varphi_2 + \varphi_3)}}{R_2 + R_3 + j(X_{L2} - X_{C3})} = \\ &= Z_{23} e^{j\varphi_{23}} = R_{23} + jX_{23}\end{aligned}$$

Лекция № 6 Смешанное соединение



Лекция № 6 Смешанное соединение

$$\underline{Z}_{123} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_{23} = R_1 + jX_1 + R_{23} + jX_{23} = Z_{123} e^{j\varphi_{123}} = Z_{\text{ЭК}} e^{j\varphi_{\text{ЭК}}}$$



$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{U e^{j\psi_U}}{Z_{\text{ЭК}} e^{j\varphi_{\text{ЭК}}}} = \frac{U}{Z_{\text{ЭК}}} e^{j(\psi_U - \varphi_{\text{ЭК}})} = I e^{j\psi_i}$$

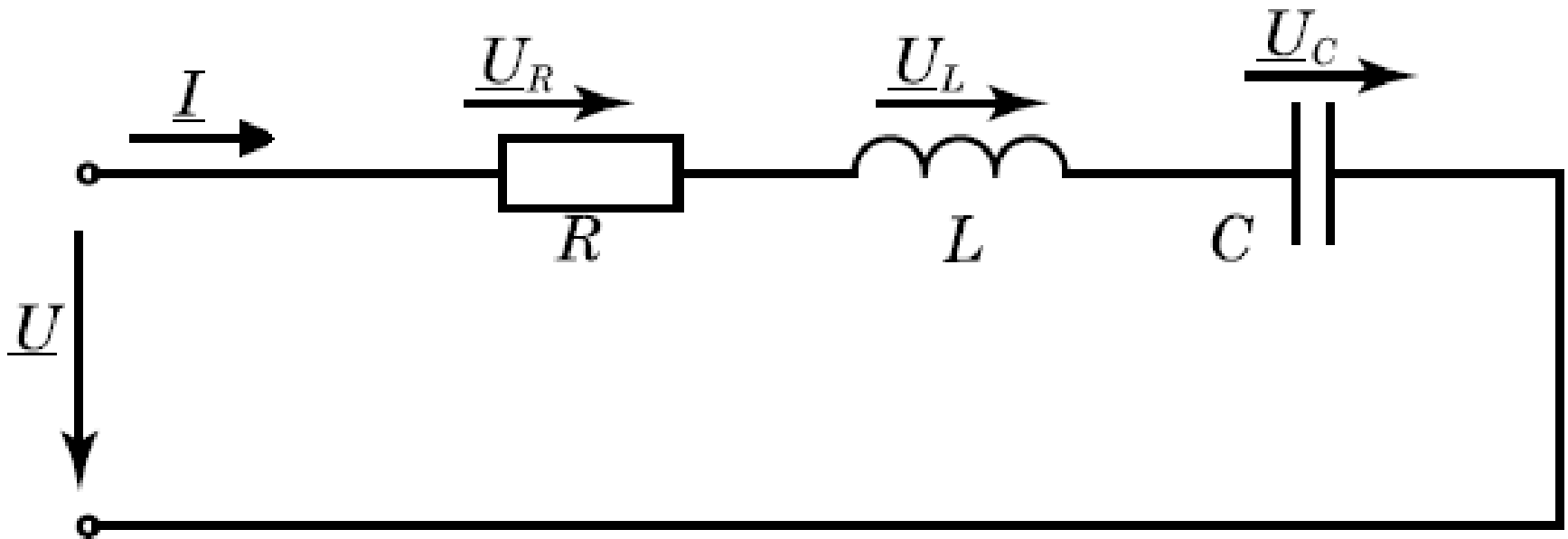
Лекция № 6 Резонанс

Резонанс явление в электрической (магнитной) цепи, содержащей участки индуктивного и емкостного характера, при котором разность фаз электрического (магнитного) напряжения и тока на выходе цепи равна нулю.

В электрических цепях переменного тока различают **резонанс напряжений** и **резонанс токов**.

Лекция № 6 Резонанс

Резонанс напряжений возможен только при последовательном соединении элементов L и C .



Лекция № 6 Резонанс

$$\underline{Z} = \frac{U}{\underline{I}} = R + jX = R + j(X_L - X_C)$$

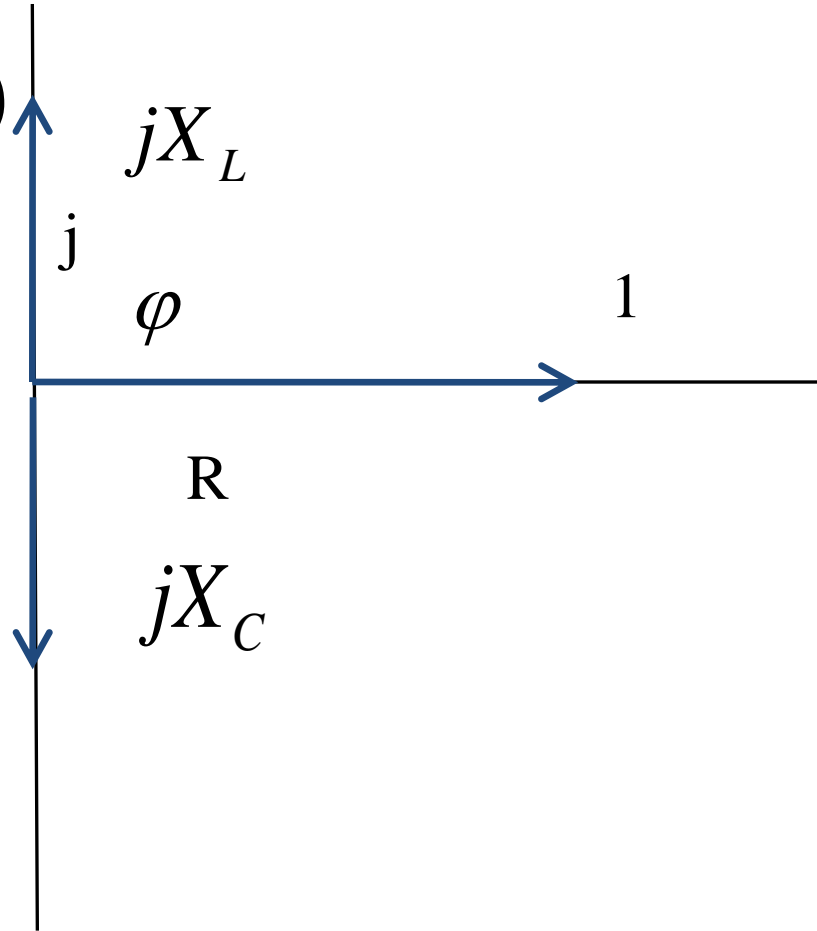
$$X = X_L - X_C = 0 \Rightarrow X_L = X_C$$

$$\underline{Z} = R$$

$$\varphi = 0$$

$$U = RI$$

$$U_L = U_C = X_L I = X_C I$$



Лекция № 6 Резонанс

$$X_L = X_C \gg R = Z \Rightarrow U_L = U_C \gg U_R = U$$

При **резонансе напряжений** напряжения на реактивных элементах могут значительно превышать полное напряжение в цепи.

Лекция № 6 Резонанс

Условия резонанса

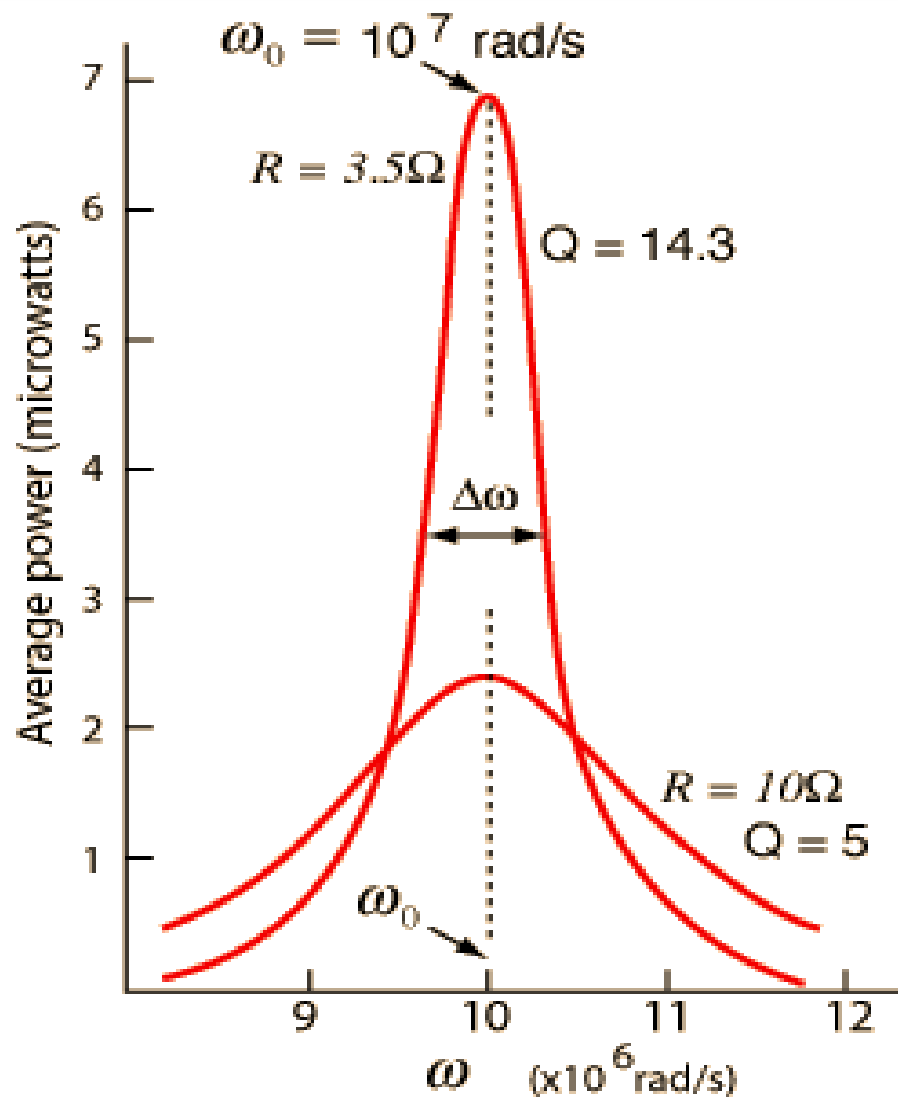
$$X_L = X_C$$

$$\omega L = \frac{1}{\omega C} \Rightarrow \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ резонансная частота}$$

$$X_L = X_C = \rho = \sqrt{\frac{L}{C}} \text{ характеристическое сопротивление}$$

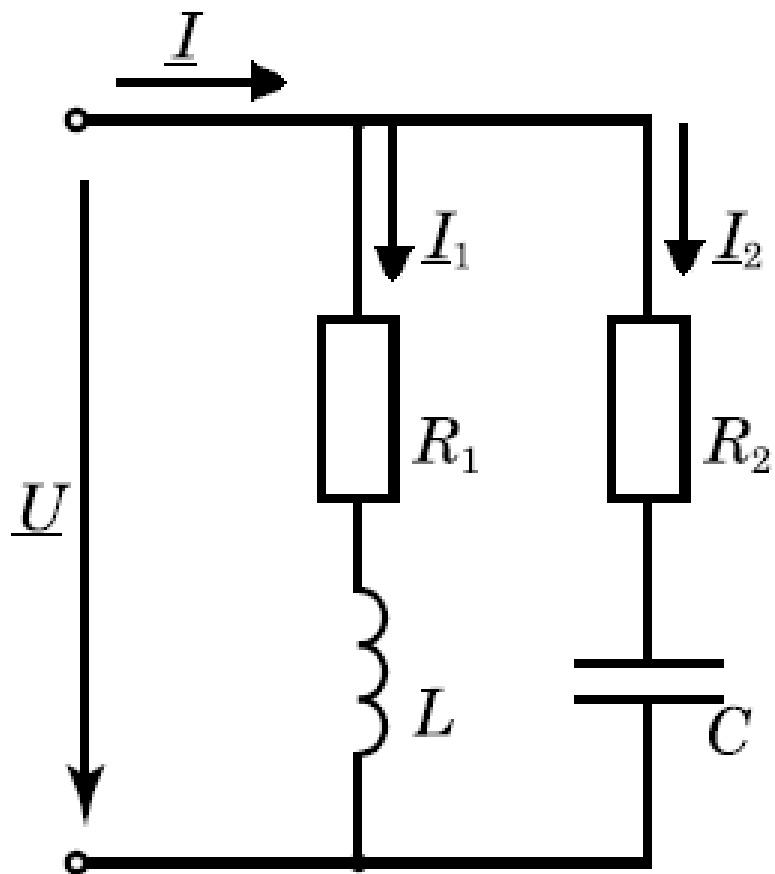
$$Q = \frac{\rho}{R} \text{ добротность}$$

Лекция № 6 Резонанс



Лекция № 6 Резонанс

Резонанс токов возможен только при параллельном соединении элементов L и C .



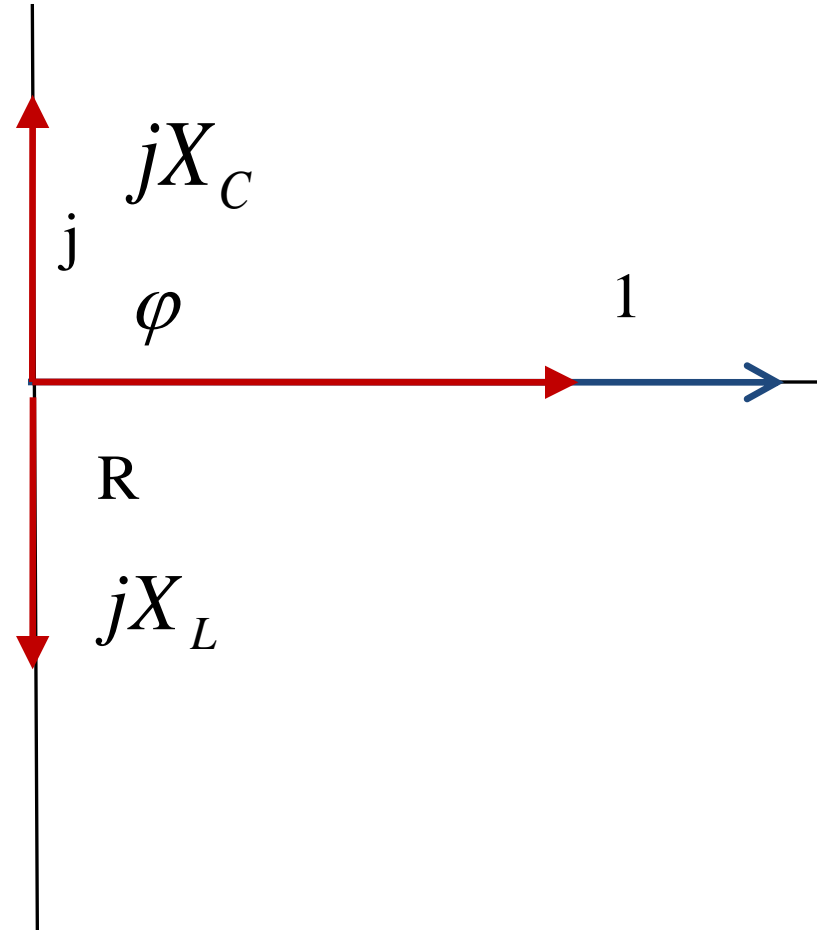
Лекция № 6 Резонанс

$$\underline{Y} = \frac{\underline{I}}{\underline{U}} = \frac{R - jX}{Z^2} \quad \underline{Y}_{\text{ЭК}} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2$$

$$\frac{X}{Z^2} = \frac{X_L}{Z_1^2} - \frac{X_C}{Z_2^2} = 0 \Rightarrow \frac{X_L}{Z_1^2} = \frac{X_C}{Z_2^2}$$

$$\underline{Y} = \frac{R}{Z^2}$$

$$\varphi = 0$$



Лекция № 6 Резонанс

$$\frac{X_L}{Z_1^2} = \frac{X_C}{Z_2^2} \gg \frac{R}{Z^2} = Y \Rightarrow I_L = I_C \gg I$$

При **резонансе токов** токи в ветвях с реактивными элементами могут значительно превышать общий ток.

Лекция № 6 Резонанс

Условия резонанса

$$\frac{X_L}{Z_1^2} = \frac{X_C}{Z_2^2}$$

резонансная частота

$$\frac{\omega L}{R_1^2 + (\omega L)^2} = \frac{1/\omega C}{R_2^2 + (1/\omega C)^2} \Rightarrow \omega_0' = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{\frac{L/C - R_1^2}{L/C - R_2^2}}$$

$$\omega_0' = \omega_0 \sqrt{\frac{\rho - R_1^2}{\rho - R_2^2}}$$

$$R_1 \text{ и } R_2 \ll \rho \Rightarrow \omega_0' = \omega_0$$

Лекция 6

Параллельное соединение элементов R,L и C. Резонанс.

Параграф 2.9-2.15 учебника