

Лекция 5

Элементы цепи переменного тока. Последовательное соединение элементов R,L и C.

Параграф 2.4-2.9 учебника

Закон Ома в комплексной форме

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}}$$

Законы Кирхгофа в комплексной форме

$$\sum_{k=1}^l \underline{I}_k = 0$$

$$\sum_{k=1}^m \underline{Z}_k \underline{I}_k = \sum_{k=1}^n \underline{E}_k$$

Лекция №5 Элементы цепи переменного тока

Резистор

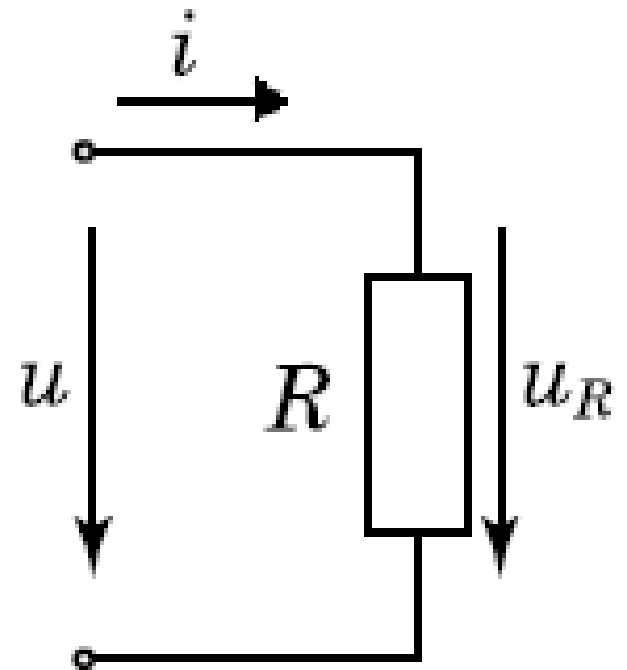
$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$$

$$i = \frac{U_m \sin(\omega t + \psi_u)}{R} = \frac{U_m}{R} \sin(\omega t + \psi_u) = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$$

$$\psi_u = \psi_i$$

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = 0$$

$$Z_R = \frac{U}{I} = \frac{U}{U/R} = R$$



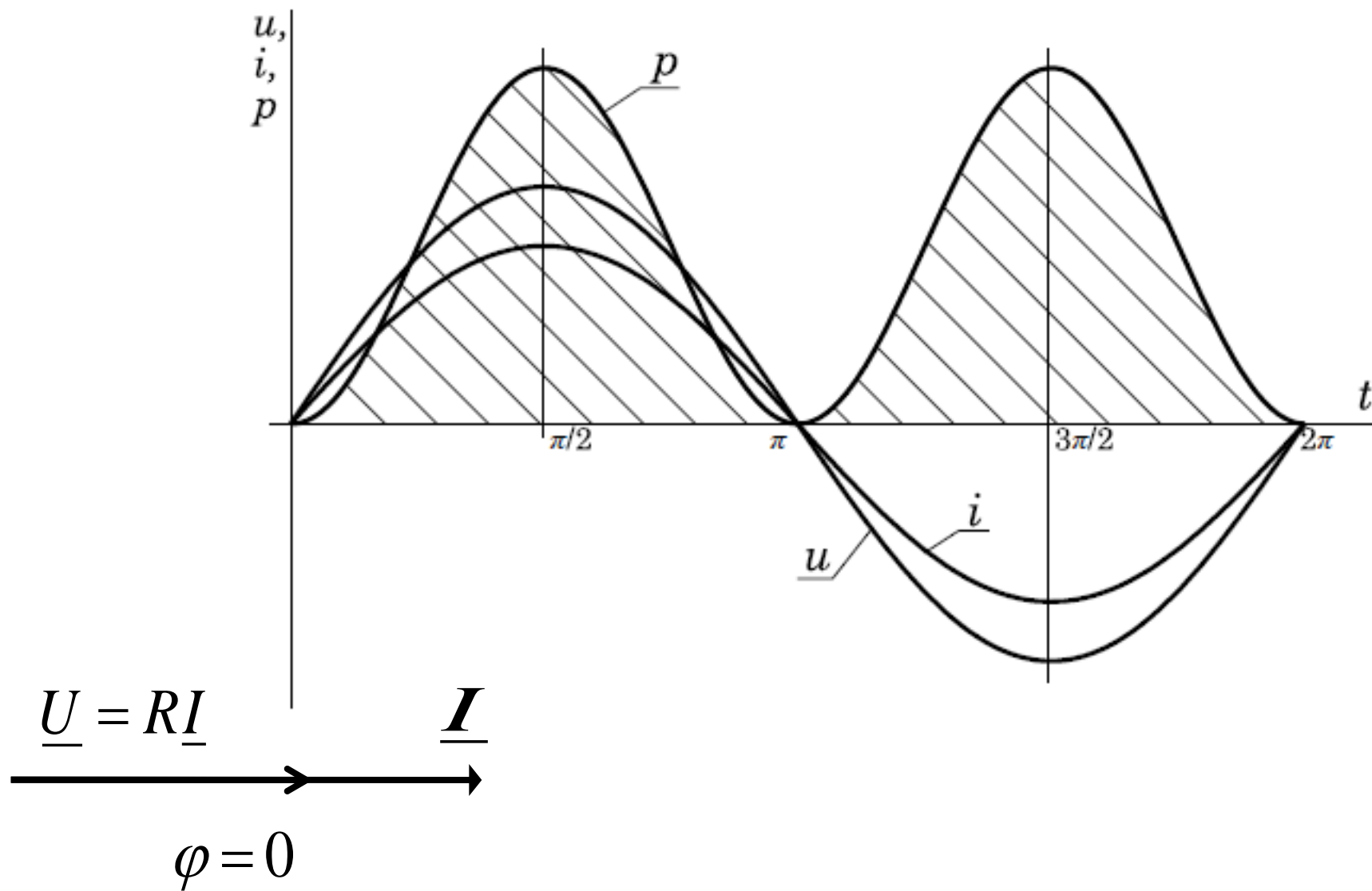
Лекция №5 Элементы цепи переменного тока

$$\underline{Z}_R = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{Ue^{j\psi_u}}{Ie^{j\psi_i}} = \frac{U}{I} e^{j(\psi_u - \psi_i)} = \frac{U}{I} e^{j0} = R$$

$$p = UI(\cos(\varphi) - \cos(2\omega t + \varphi)) = UI(\cos(0) - \cos(2\omega t)) = \\ = UI(1 - \cos(2\omega t))$$

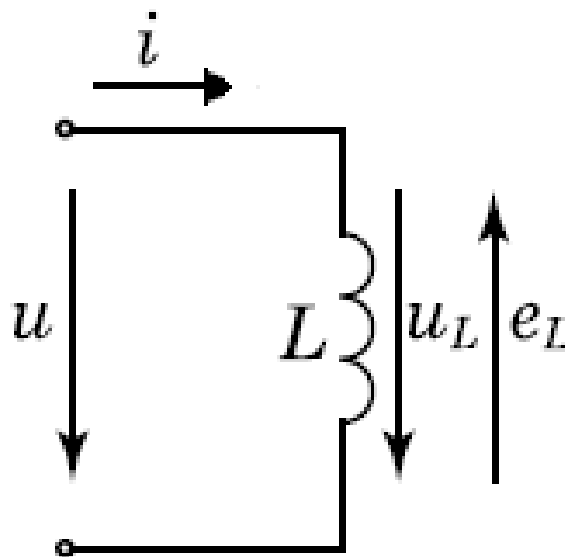
$$\underline{S} = Se^{j\varphi} = S \cos \varphi + jS \sin \varphi = UI \cos(0) + jUI \sin(0) \\ = UI = P$$

Лекция №5 Элементы цепи переменного тока



Лекция №5 Элементы цепи переменного тока

ИНДУКТИВНОСТЬ



$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$$

$$u = u_L = -e_L = L \frac{di}{dt}$$

$$i = \frac{1}{L} \int u_L dt = \frac{1}{L} \int U_m \sin(\omega t + \psi_u) dt = -\frac{U_m \cos(\omega t + \psi_u)}{\omega L} =$$

$$= \frac{U_m \sin(\omega t + \psi_u - \frac{\pi}{2})}{\omega L} = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$$

Лекция №5 Элементы цепи переменного тока

$$\psi_i = \psi_u - \frac{\pi}{2}$$

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = \psi_u - \left(\psi_u - \frac{\pi}{2} \right) = \frac{\pi}{2}$$

В индуктивном элементе ток отстает по фазе от напряжения на $\pi/2$

Лекция №5 Элементы цепи переменного тока

$$I_m = \frac{U_m}{\omega L}$$

$$Z_L = \frac{U}{I} = \frac{U}{U/\omega L} = \omega L = 2\pi fL = X_L$$

$$X_L = \omega L$$

$$\underline{Z_L} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{Ue^{j\psi_u}}{Ie^{j\psi_i}} = \frac{U}{I} e^{j(\psi_u - \psi_i)} = \frac{U}{I} e^{j\varphi} = \frac{U}{I} e^{j\frac{\pi}{2}} =$$

$$= X_L e^{j\frac{\pi}{2}} = jX_L = j\omega L$$

Лекция №5 Элементы цепи переменного тока

$$p = UI(\cos(\varphi) - \cos(2\omega t + \varphi)) = UI\left(\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - \cos\left(2\omega t + \frac{\pi}{2}\right)\right) =$$
$$= -UI \cos\left(2\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\underline{S} = Se^{j\varphi} = P + jQ = S \cos \varphi + jS \sin \varphi = UI \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + jUI \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$$
$$= jUI = jQ$$

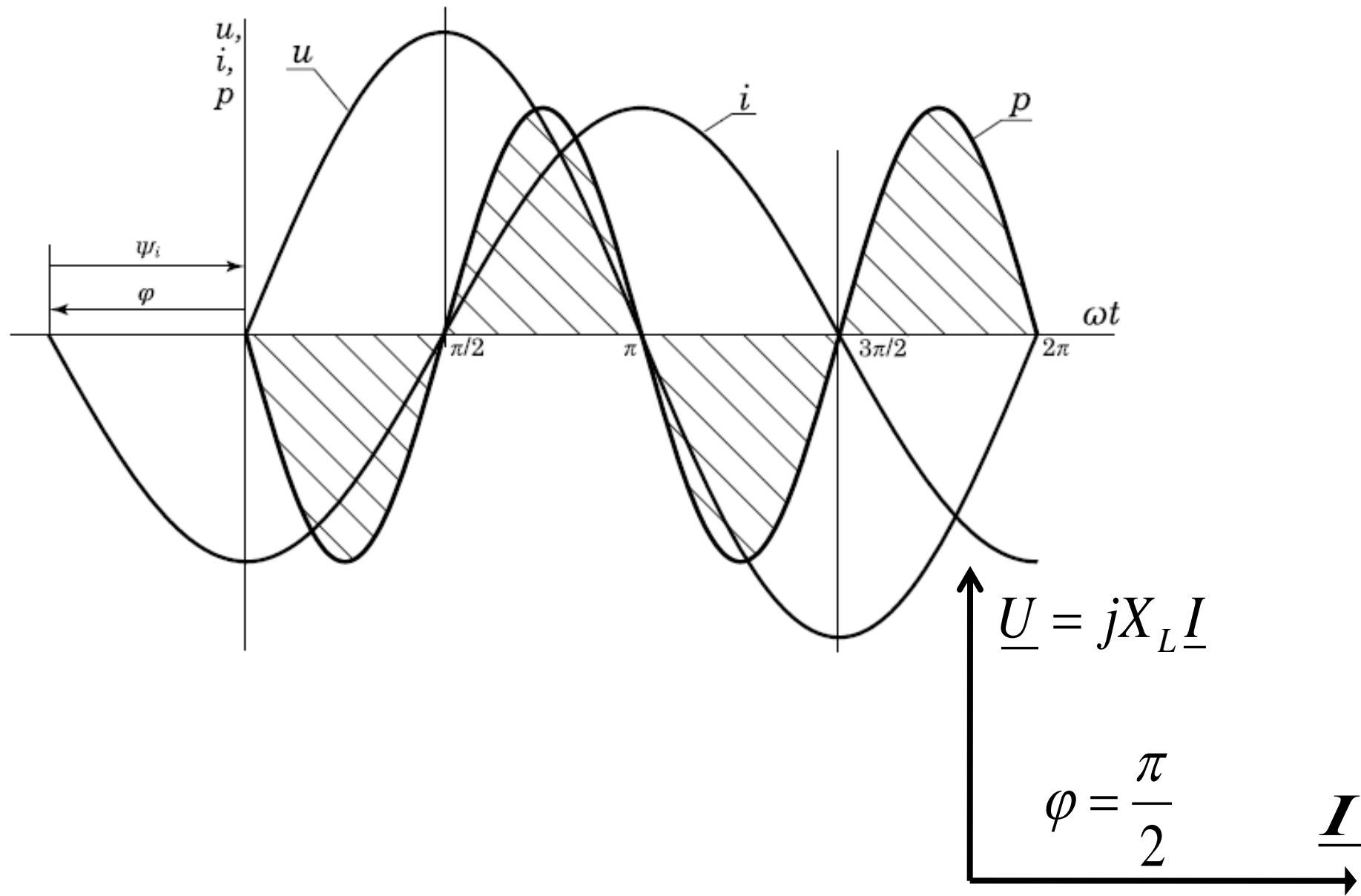
Лекция №5 Элементы цепи переменного тока

В идеальном индуктивном элементе не совершается работа, а происходит периодический обмен энергией между источником и магнитным полем.

Интенсивность обмена характеризуют амплитудным значением мгновенной мощности, которое называют реактивной мощностью Q_L .

Реактивная мощность измеряется в вольт-ампер реактивных [вар]

Лекция №5 Элементы цепи переменного тока



Лекция №5 Элементы цепи переменного тока

Емкость

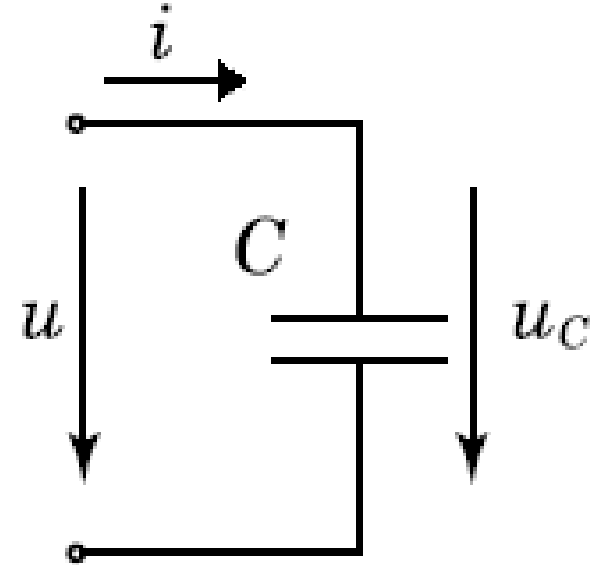
$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$$

$$u = u_C$$

$$i = C \frac{du_C}{dt}$$

$$i = C \frac{dU_m \sin(\omega t + \psi_u)}{dt} = U_m \omega C \cos(\omega t + \psi_u) =$$

$$= U_m \omega C \sin(\omega t + \psi_u + \frac{\pi}{2}) = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$$



Лекция №5 Элементы цепи переменного тока

$$\psi_i = \psi_u + \frac{\pi}{2}$$

$$\varphi = \psi_u - \psi_i = \psi_u - \left(\psi_u + \frac{\pi}{2} \right) = -\frac{\pi}{2}$$

В емкостном элементе ток опережает по фазе напряжение на $\pi/2$

Лекция №5 Элементы цепи переменного тока

$$I_m = U_m \omega C$$

$$Z_L = \frac{U}{I} = \frac{U}{U \omega C} = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C} = X_C$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

$$\underline{Z}_C = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{U e^{j\psi_u}}{I e^{j\psi_i}} = \frac{U}{I} e^{j(\psi_u - \psi_i)} = \frac{U}{I} e^{j\varphi} = \frac{U}{I} e^{-j\frac{\pi}{2}} =$$

$$= X_C e^{-j\frac{\pi}{2}} = -jX_C = -j \frac{1}{\omega C}$$

Лекция №5 Элементы цепи переменного тока

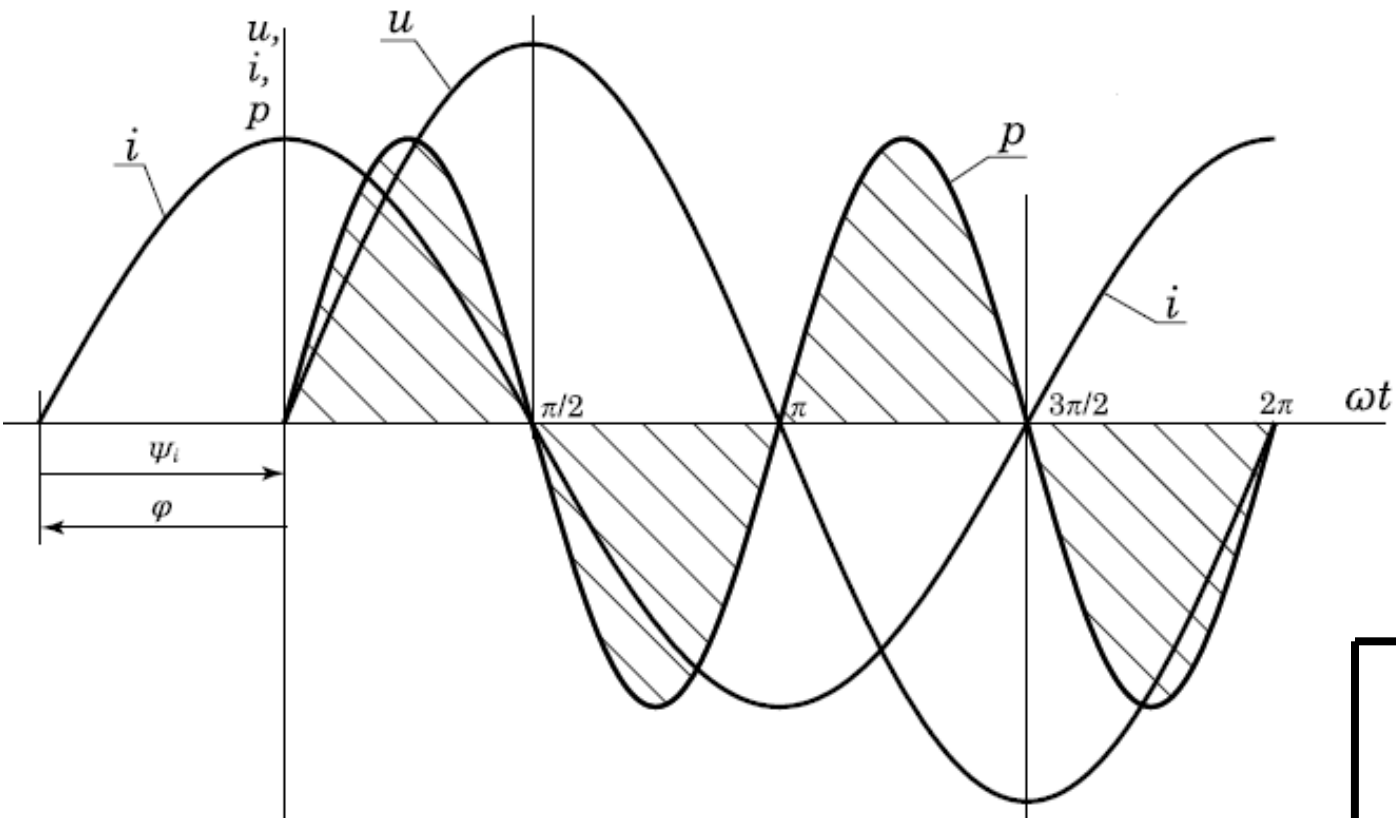
$$p = UI(\cos(\varphi) - \cos(2\omega t + \varphi)) = UI\left(\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) - \cos\left(2\omega t - \frac{\pi}{2}\right)\right) =$$
$$= -UI \cos\left(2\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\underline{S} = Se^{j\varphi} = P + jQ = S \cos \varphi + jS \sin \varphi = UI \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + jUI \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)$$
$$= -jUI = -jQ$$

Лекция №5 Элементы цепи переменного тока

*В идеальном емкостном элементе не совершается работа, а происходит периодический обмен энергией между источником и электрическим полем. Интенсивность обмена характеризуют амплитудным значением мгновенной мощности, которое называют реактивной мощностью Q_c .
Реактивная мощность измеряется в вольт-ампер реактивных [вар]*

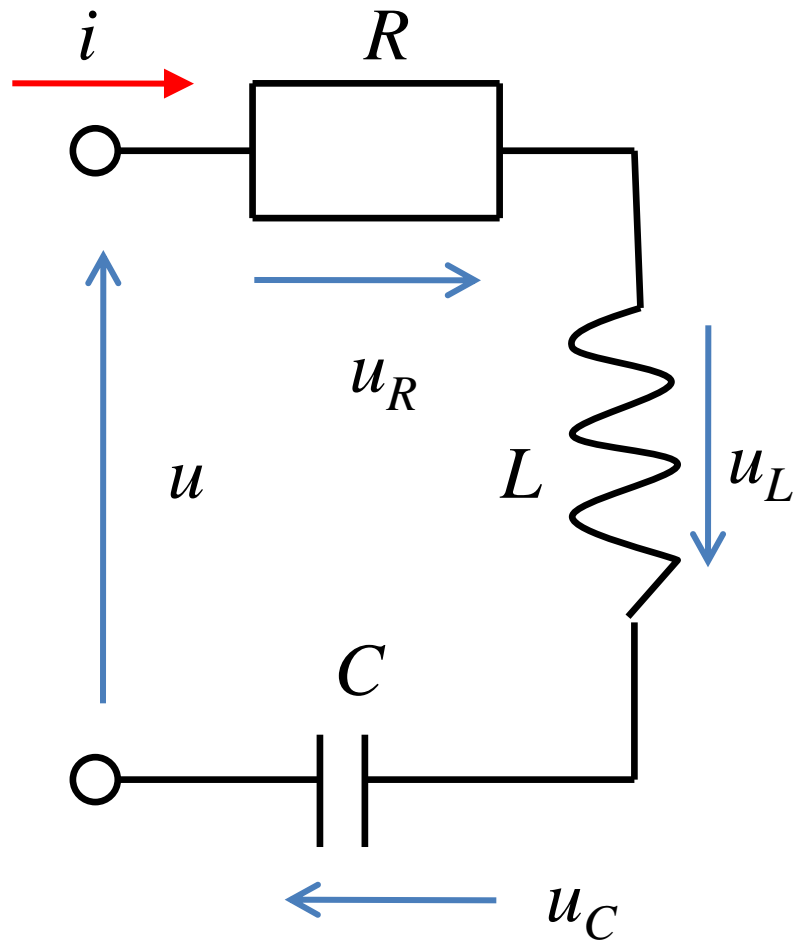
Лекция №5 Элементы цепи переменного тока



$$\underline{U} = -jX_C \underline{I}$$

$\varphi = -\frac{\pi}{2}$

Лекция №5 Последовательное соединение элементов



$$\underline{U} = \underline{U}_R + \underline{U}_L + \underline{U}_C$$

$$\underline{U}_R = R\underline{I}$$

$$\underline{U}_L = jX_L\underline{I}$$

$$\underline{U}_C = -jX_C\underline{I}$$

$$\begin{aligned}\underline{U} &= R\underline{I} + jX_L\underline{I} - jX_C\underline{I} = \\ &= \underline{I}(R + jX_L - jX_C)\end{aligned}$$

Лекция №5 Последовательное соединение элементов

$$\underline{U} = \underline{I}(R + jX_L - jX_C)$$

$$\underline{U} = \underline{Z}_{\text{ЭК}} \underline{I}$$

$$\underline{Z}_{\text{ЭК}} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = R + jX_L - jX_C = Z_{\text{ЭК}} e^{j\varphi_{\text{ЭК}}}$$

$$\underline{Z}_{\text{ЭК}} = R + j(X_L - X_C)$$

$$X = X_L - X_C$$

$$\underline{Z}_{\text{ЭК}} = R + jX$$

$$\varphi_{\text{ЭК}} = \text{arctg} \left(\frac{X}{R} \right) = \text{arctg} \left(\frac{X_L - X_C}{R} \right)$$

Лекция №5 Последовательное соединение элементов

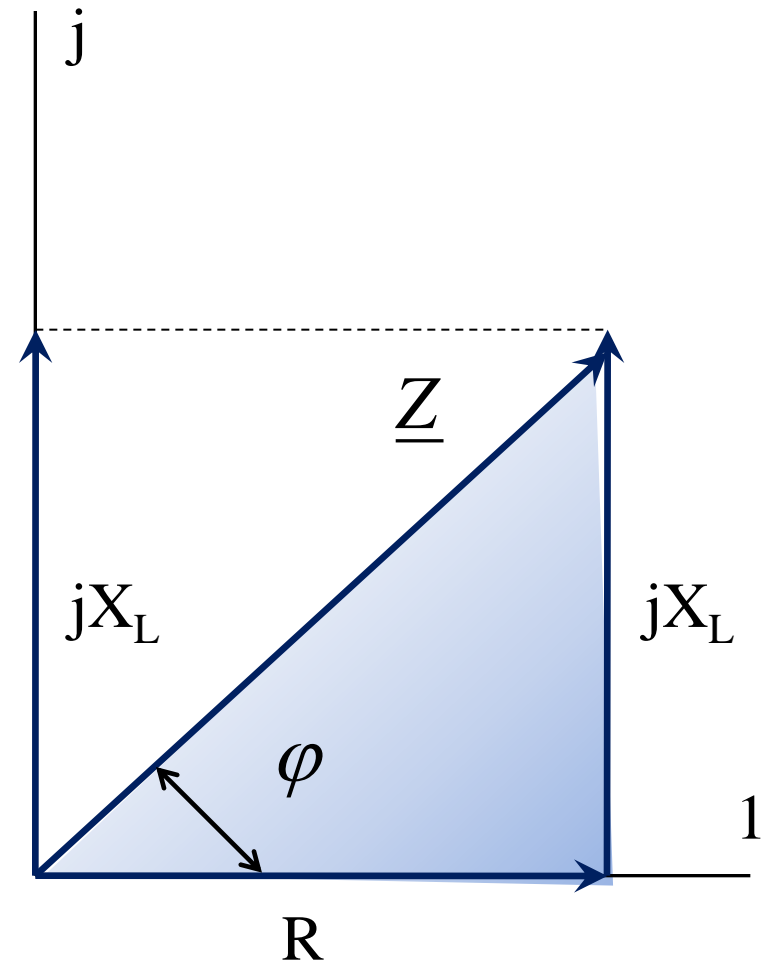
ЭЛЕМЕНТОВ

$$\underline{Z}_{\text{ЭК}} = R + jX$$

$$Z_{\text{ЭК}} = \sqrt{R^2 + X^2}$$

$$\operatorname{tg} \varphi_{\text{ЭК}} = \frac{X}{R}$$

$$\underline{Z}_{\text{ЭК}} = \sqrt{R^2 + X^2} e^{j \cdot \arctg(X/R)}$$



Лекция №5 Последовательное соединение элементов

В зависимости от значения ϕ различают пять видов нагрузки:

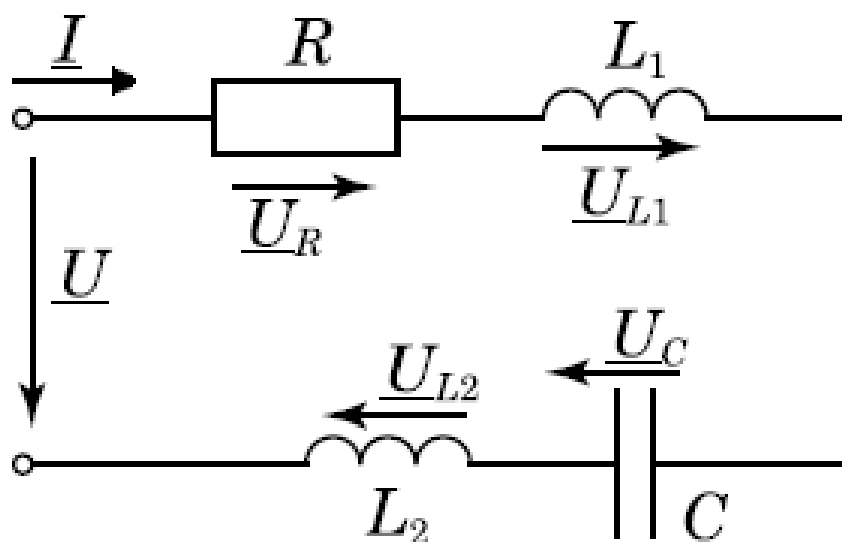
- $\phi=90^\circ$ индуктивная*
- $0^\circ < \phi < 90^\circ$ активно-индуктивная*
- $\phi=0^\circ$ активная*
- $-90^\circ < \phi < 0^\circ$ активно-емкостная*
- $\phi=-90^\circ$ емкостная*

Лекция №5 Векторная диаграмма

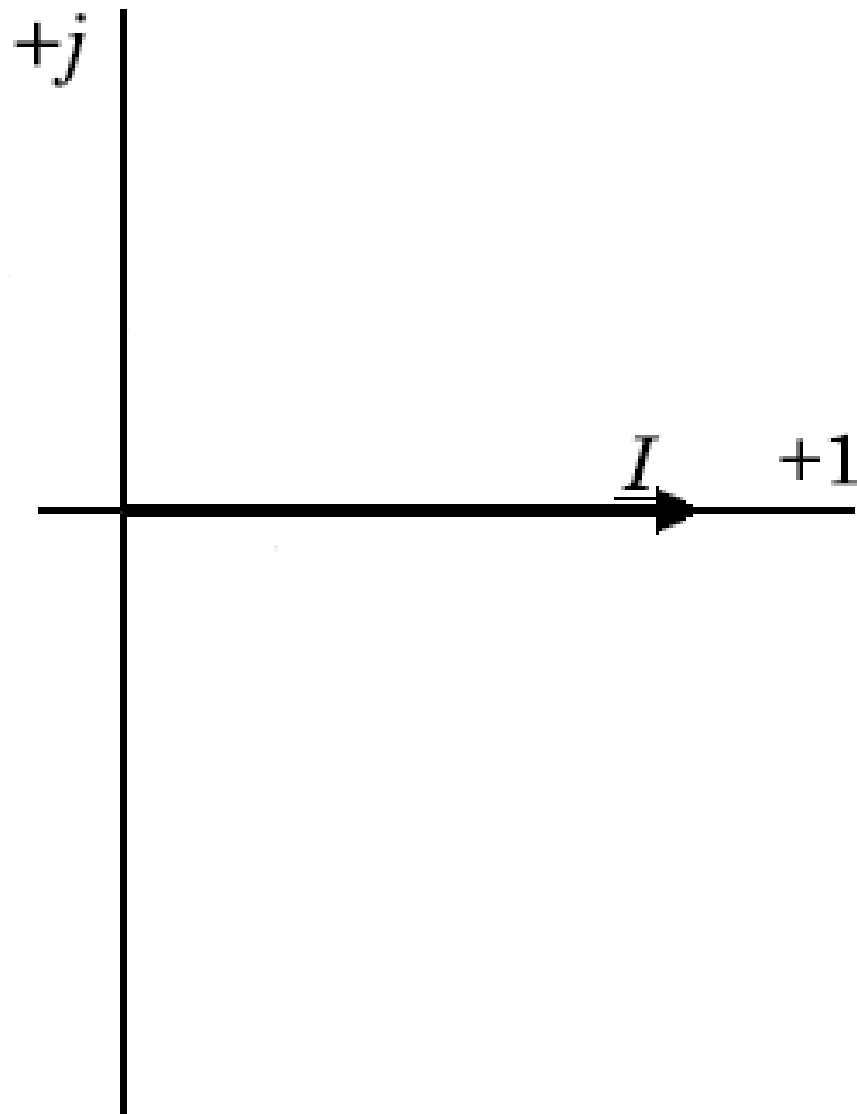
Векторная диаграмма совокупность отложенных на комплексной плоскости векторов, символизирующих действующие в цепи (или её участке) синусоидальные токи и напряжения.

Топографическая диаграмма векторная диаграмма, в которой комплексные потенциалы точек цепи определены относительно одной, потенциал которой принят равным нулю.

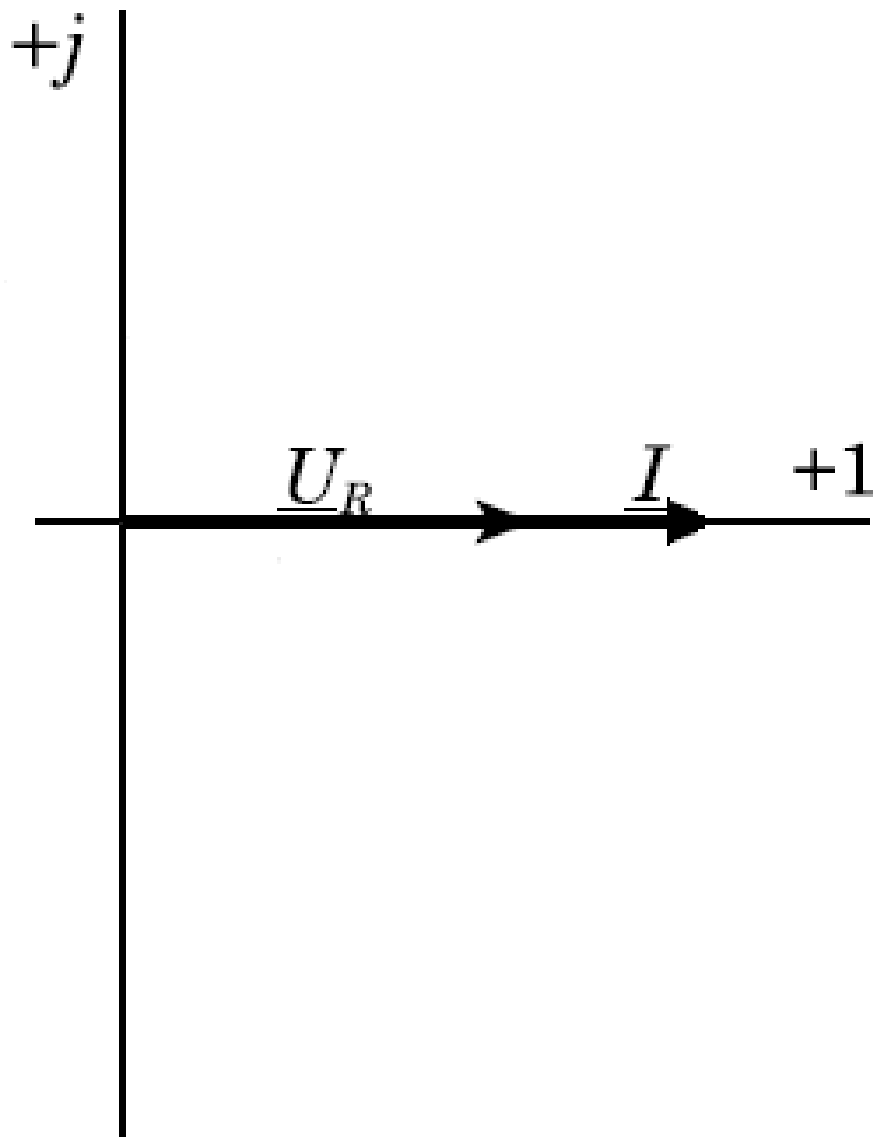
Лекция №5 Векторная диаграмма



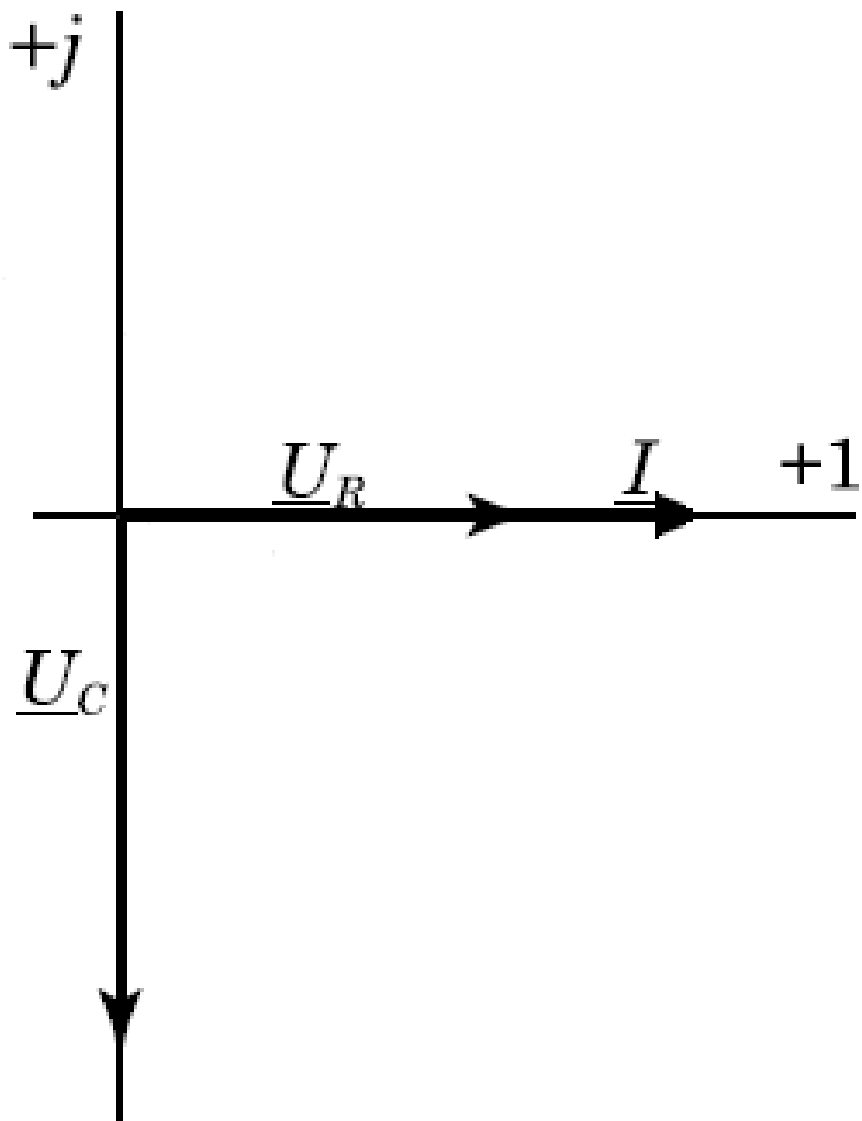
Лекция №5 Векторная диаграмма



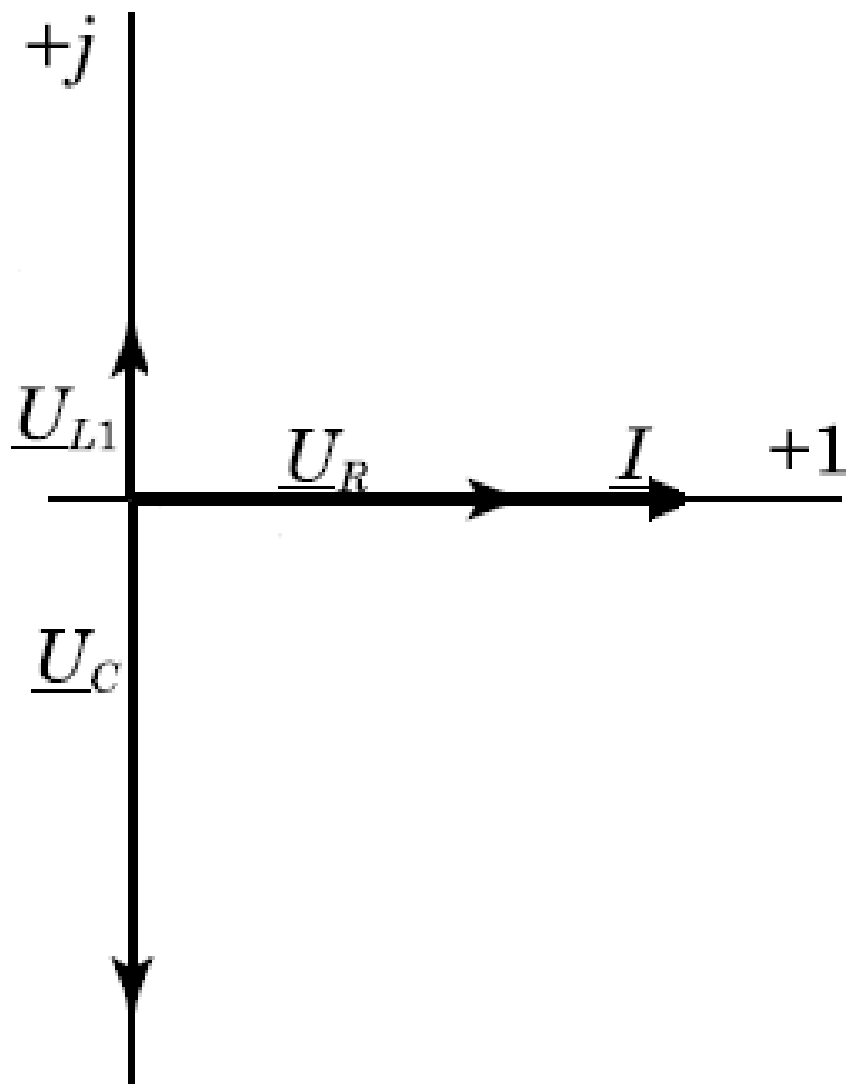
Лекция №5 Векторная диаграмма



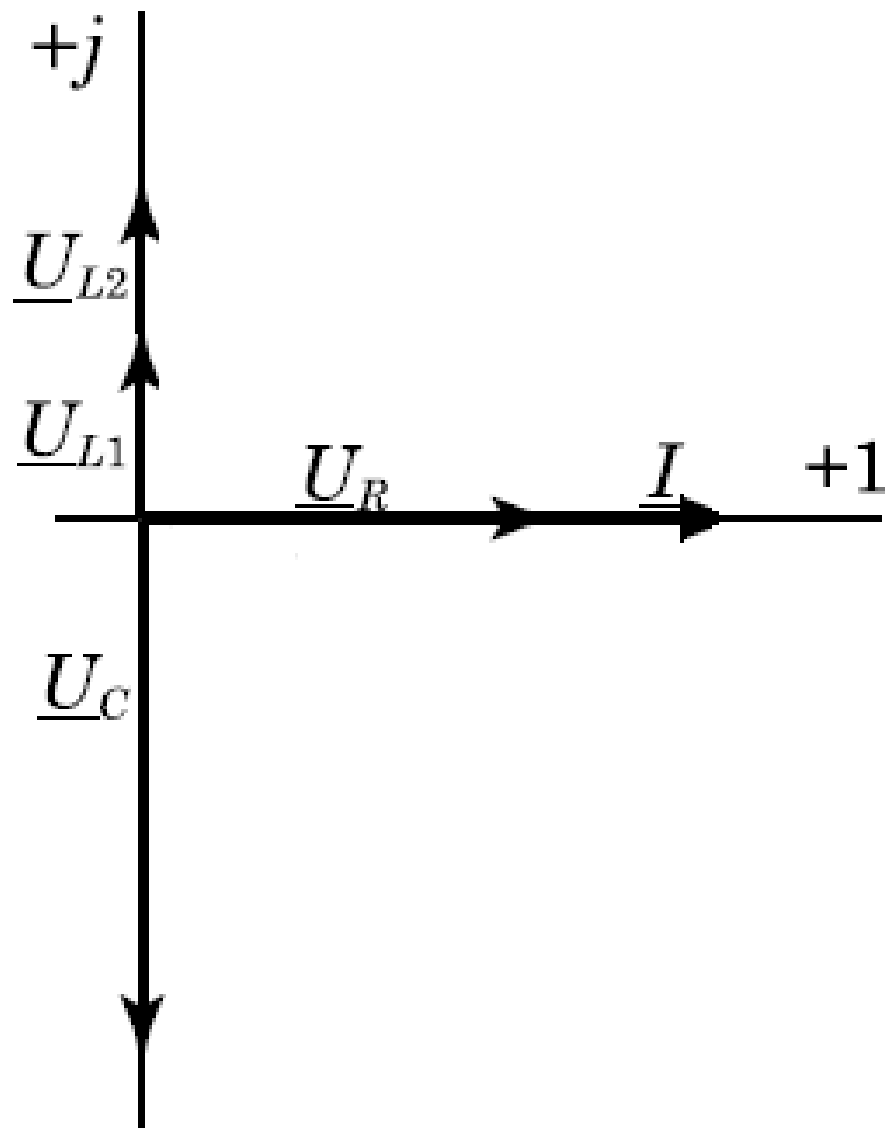
Лекция №5 Векторная диаграмма



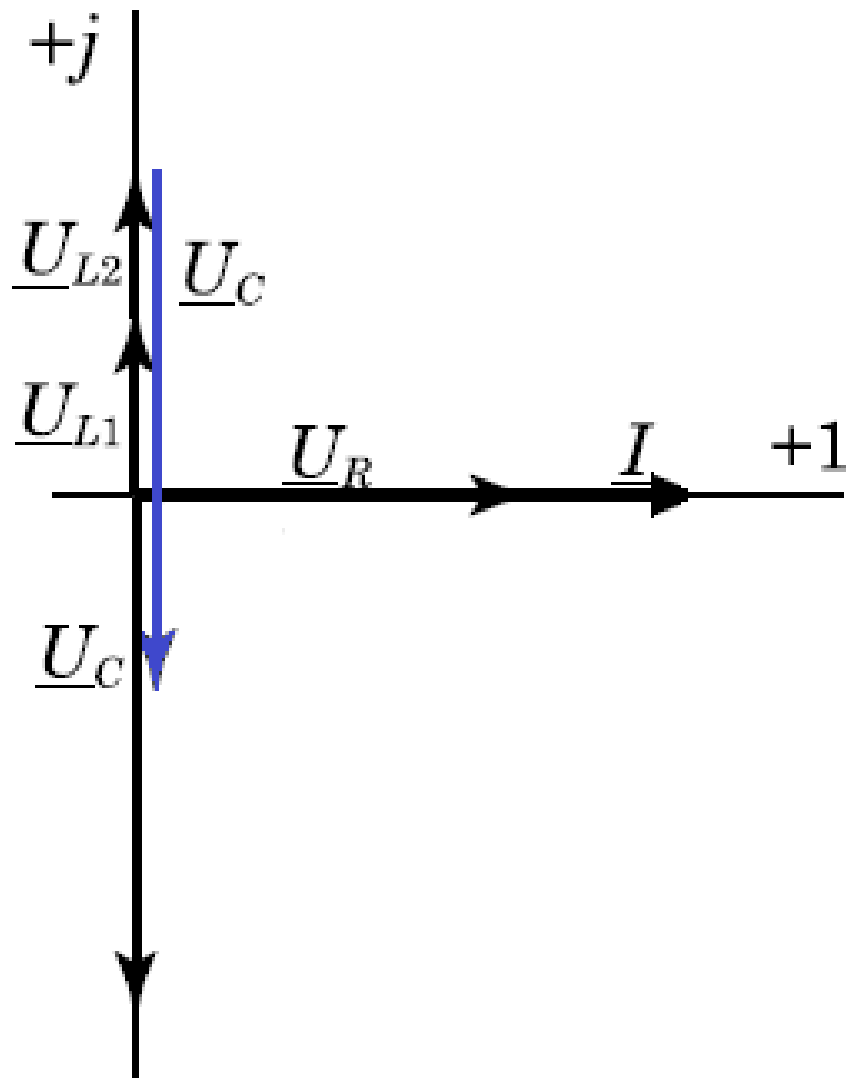
Лекция №5 Векторная диаграмма



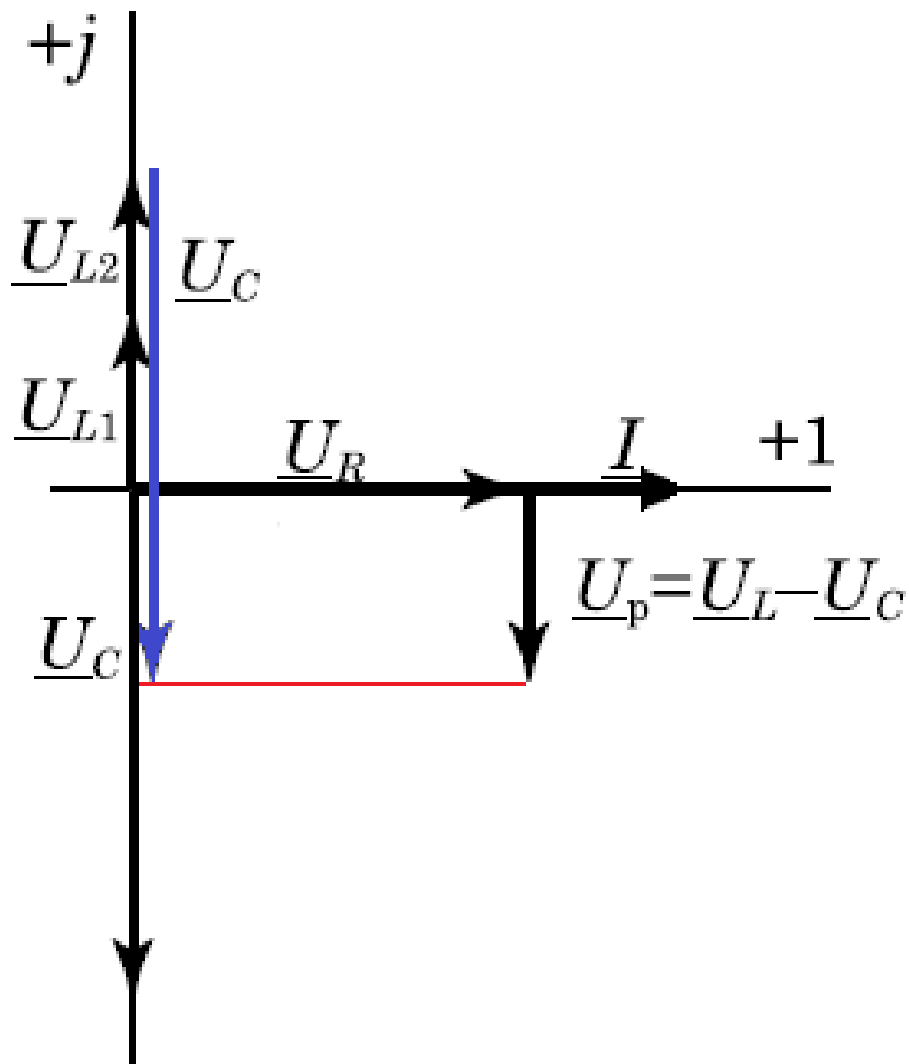
Лекция №5 Векторная диаграмма



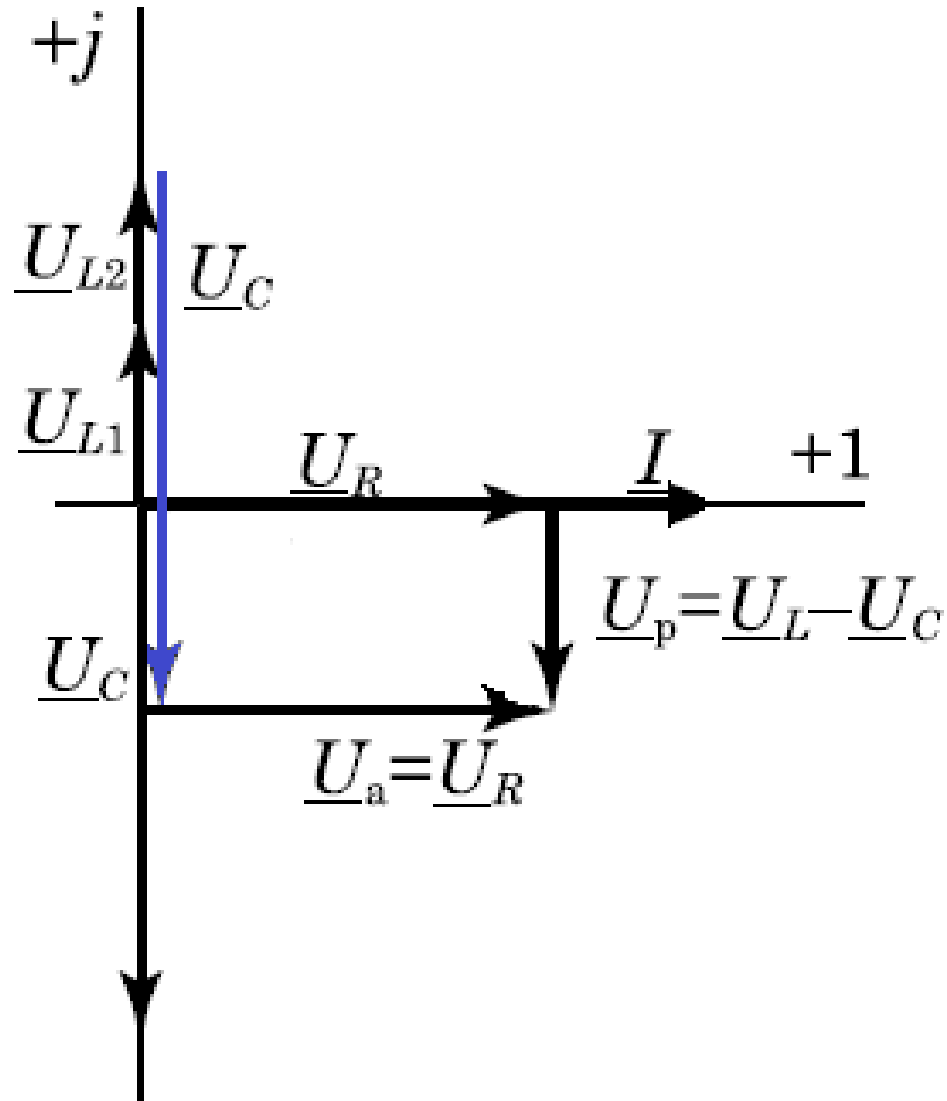
Лекция №5 Векторная диаграмма



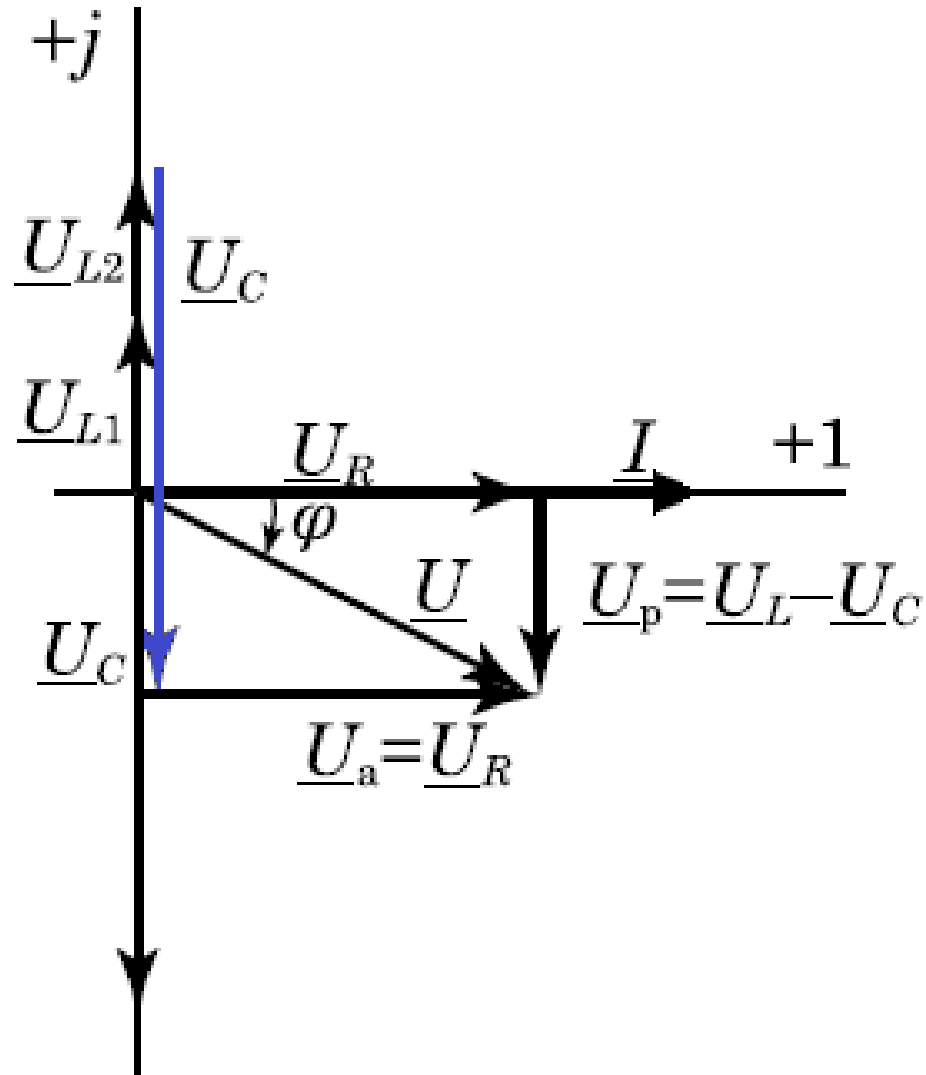
Лекция №5 Векторная диаграмма



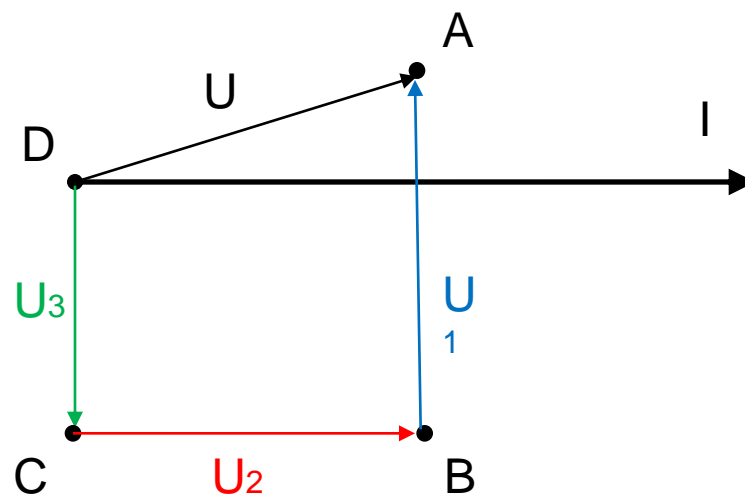
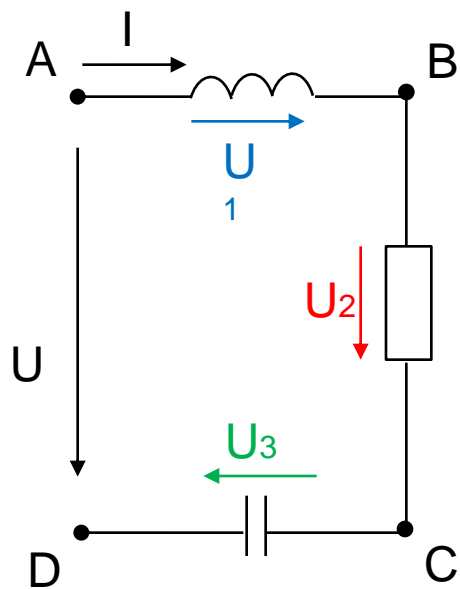
Лекция №5 Векторная диаграмма



Лекция №5 Векторная диаграмма



Лекция №5 Топографическа диаграма



Лекция 5

Элементы цепи переменного тока. Последовательное соединение элементов R,L и C.

Параграф 2.4-2.9 учебника