Лекция 4

Переменный ток.

Параграф 2.1-2.4 учебника

Начальные фазы в электротехнике считают изменяющейся от - $\pi/2$ (-90°) до $\pi/2$ (90°).
У двух синусоидальных функций с разными начальными фазами, считают, что функция с меньшей начальной фазой **опережает** другую, а с большей **отстает**.

Мгновенная мощность.

$$p = ui$$

$$u = U_m \sin(\omega t + \psi_U)$$

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_I)$$

$$p = U_m \sin(\omega t + \psi_U) I_m \sin(\omega t + \psi_I)$$

$$\varphi = \psi_U - \psi_I$$

$$\sin(\alpha)\sin(\beta) = \frac{1}{2}\left(\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)\right)$$

$$p = U_m I_m \frac{1}{2}(\cos((\omega t + \psi_U) - (\omega t + \psi_I))$$

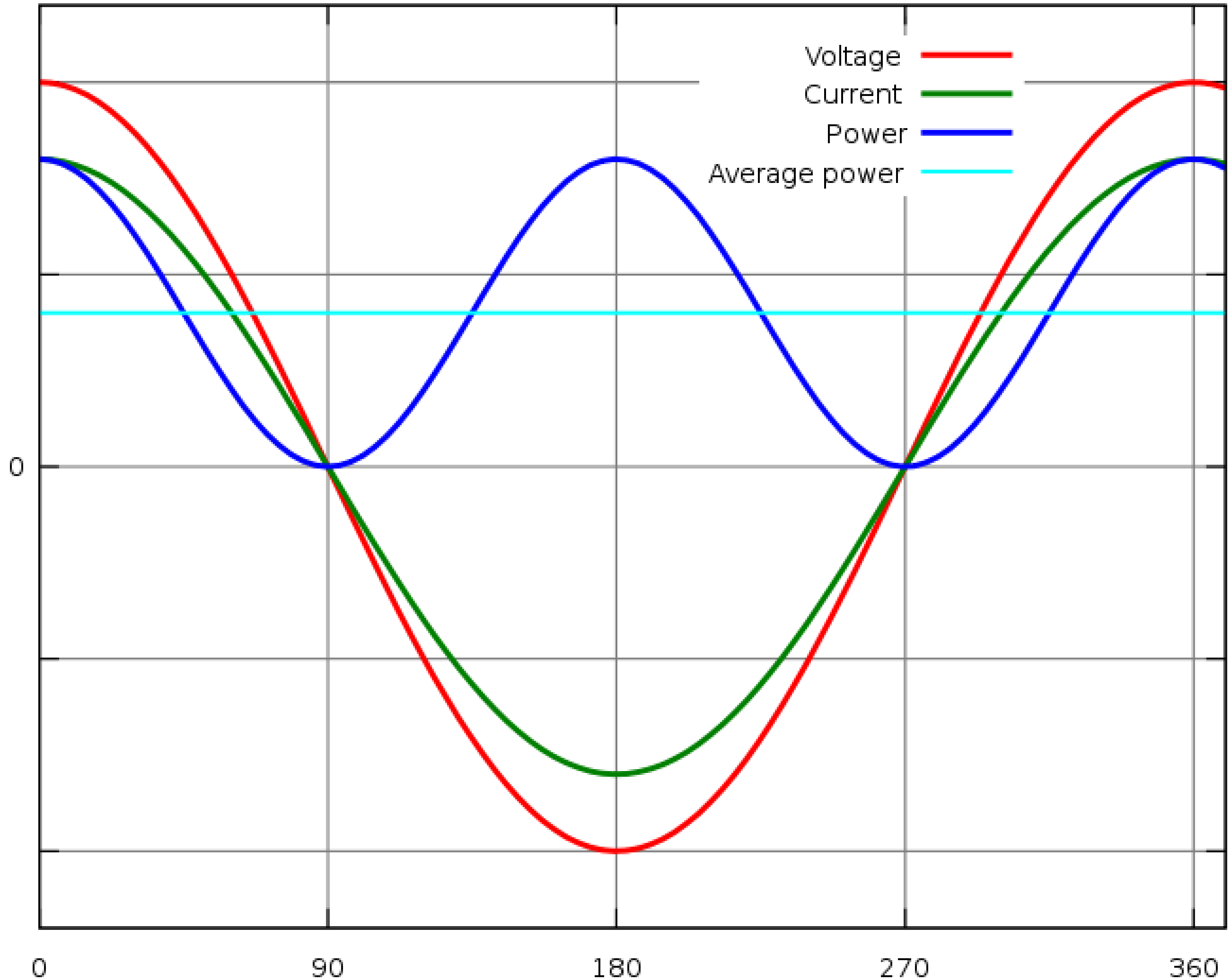
$$- \cos((\omega t + \psi_U) + (\omega t + \psi_I))) =$$

$$= \frac{U_m I_m}{2}\left(\cos(\psi_U - \psi_I) - \cos(2\omega t + (\psi_U + \psi_I))\right) =$$

$$= \frac{U_m}{\sqrt{2}} \frac{I_m}{\sqrt{2}}\left(\cos(\varphi) - \cos(2\omega t + (\psi_U - (\varphi + \psi_U)))\right)$$

$$p = UI(\cos(\varphi) - \cos(2\omega t + \varphi))$$

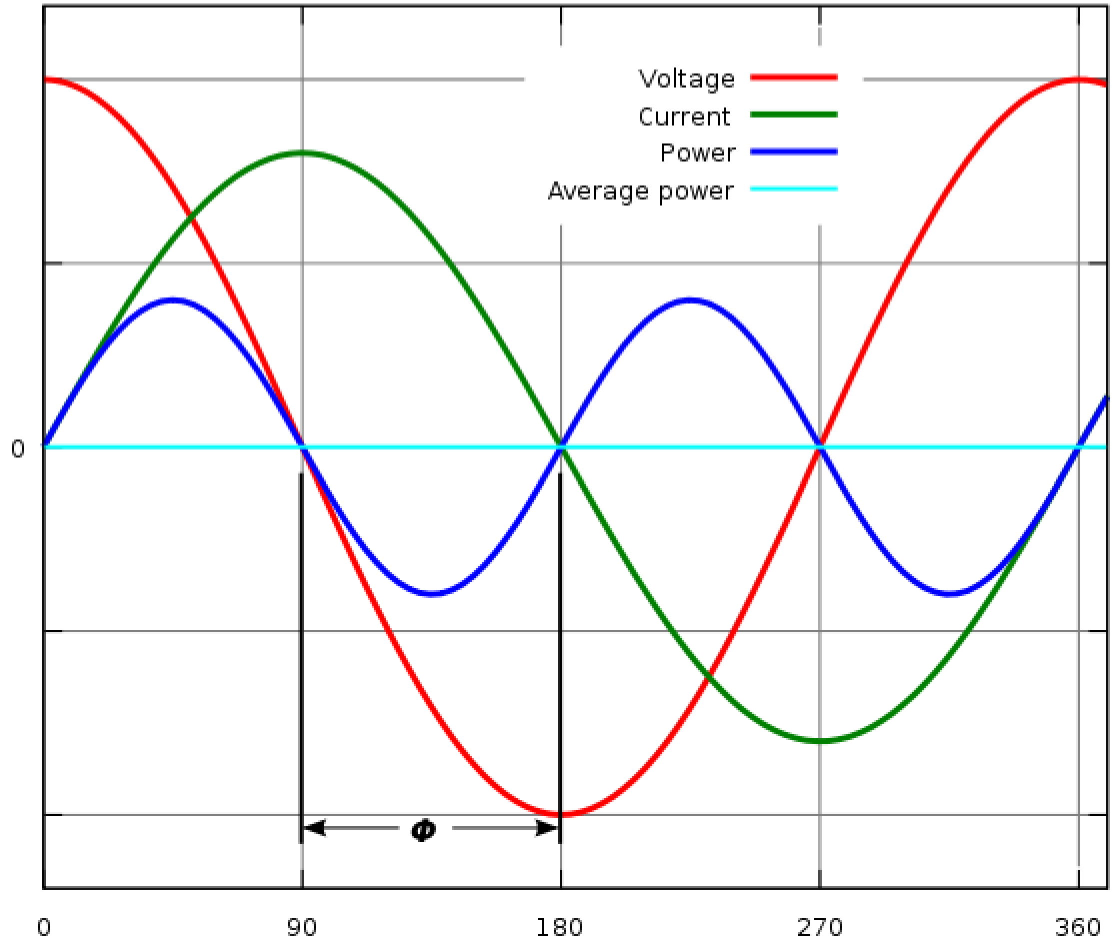
Лекция №4 Переменный ток.



$$p(t) = UI(\cos(\varphi) - \cos(2\omega t + \varphi))$$

$$\varphi = 0 \Rightarrow p(t) = UI(1 - \cos(2\omega t))$$

Лекция №4 Переменный ток.



$$p(t) = UI(\cos(\varphi) - \cos(2\omega t + \varphi))$$

$$\varphi = 90^{\circ} \Rightarrow p(t) = UI(0 - \cos(2\omega t + 90^{\circ}))$$

Закон Ома для мгновенных значений

$$i = \frac{u}{R}$$

Законы Кирхгофа для мгновенных значений

$$\sum_{k=1}^{l} i_k = 0$$

$$\sum_{k=1}^{m} R_k i_k = \sum_{k=1}^{n} e_k$$

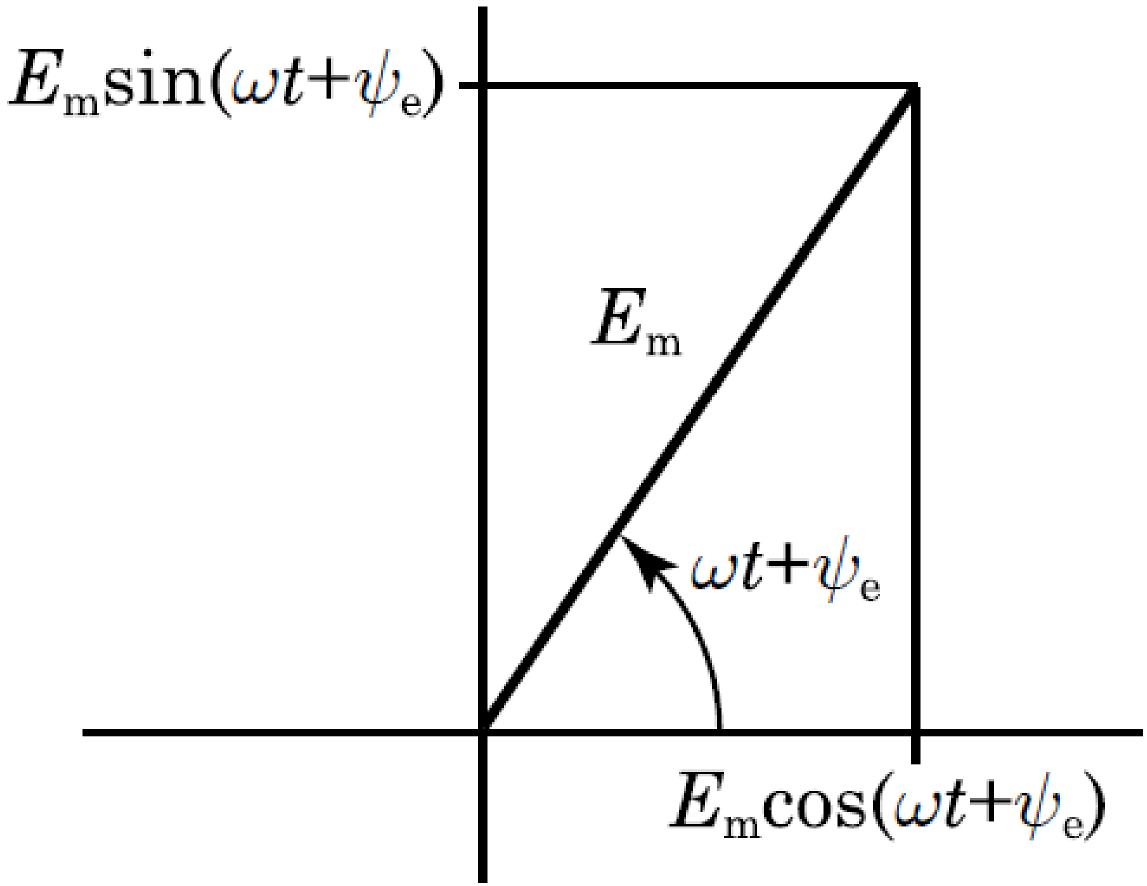
Действующие значения *(I,U)переменного тока равны такому значению постоянного тока, которые на нагрузке R за период T рассеивают ту же мощность.*

$$W_{\sim} = \int_0^T Ri^2 dt = W_{-} = RI^2 T$$

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T (I_m \sin(\omega t))^2 dt} =$$

$$= \frac{I_m}{\sqrt{2}}\sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T (1-\cos(2\omega t))dt} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

Представление синусоидальной функции в векторной форме.

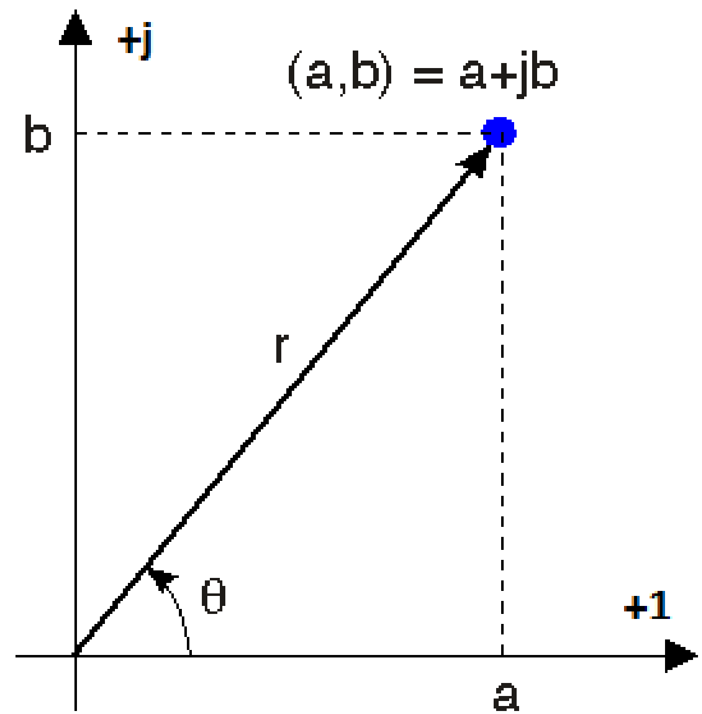


Комплексные числа.

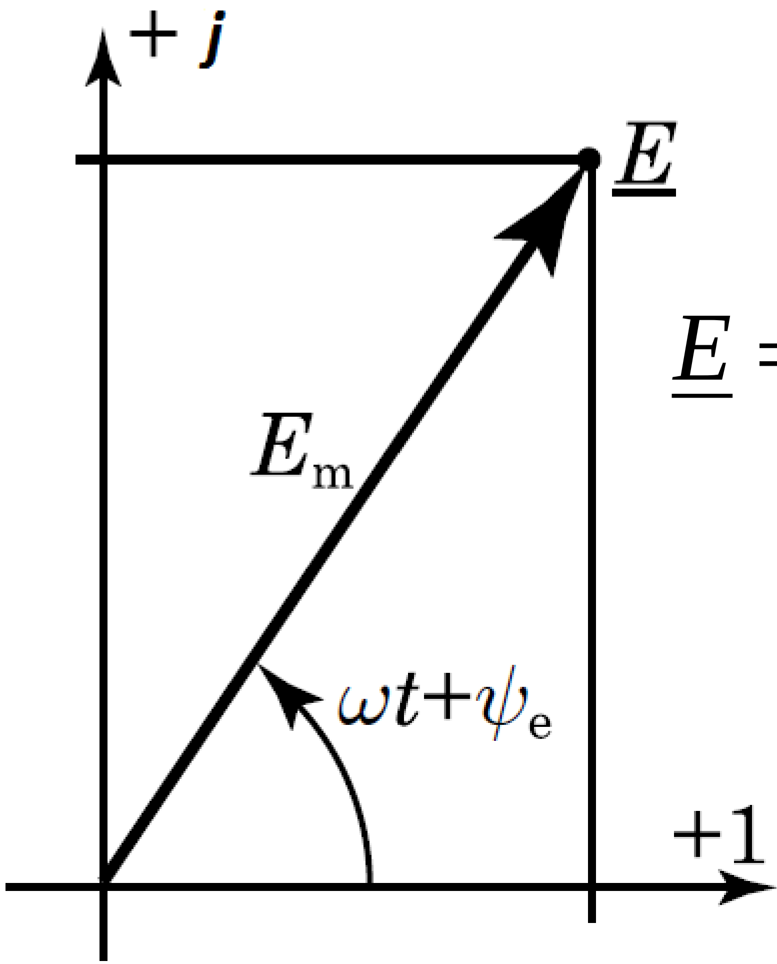
$j = \sqrt{-1}$ Мнимая единица

$\underline{X}$ Комплексное число

$\dot{Y}$ Комплексная функция изменяющаяся по синусоидальному закону



Представление синусоидальной функции в комплексной форме.



$$\underline{E} = E\cos(\omega t + \psi_E) + $$
$$+ jE\sin(\omega t + \psi_E)$$

Формы представления с комплексных чисел

$$e^{j\alpha} = \cos\alpha + j\sin\alpha$$

$$U_m \cos(\omega t + \psi_U) + jU_m \sin(\omega t + \psi_U) = U_m e^{j(\omega t + \psi_U)}$$

$$\underline{U_m} = U_m e^{j(\psi_U)}$$

$$\underline{I} = I_{RE} + jI_{IM} = Ie^{j\psi_I} = I\cos(\psi_I) + jI\sin(\psi_I)$$

$$I = \sqrt{I_{RE}{}^2 + I_{IM}{}^2}$$

$$\psi_I = \begin{cases} arctg\,\dfrac{I_{RE}}{I_{IM}} & \text{при } \mathrm{I_{RE}} > 0 \\ arctg\,\dfrac{I_{RE}}{I_{IM}} + 180^\circ & \text{при } \mathrm{I_{RE}} < 0 \end{cases}$$

Действия с комплексными числами

$$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 = I_{RE1} + jI_{IM1} + I_{RE2} + jI_{IM2}$$

$$= (I_{RE1} + I_{RE2}) + j(I_{IM1} + I_{IM2})$$

$$\underline{I}_1 - \underline{I}_2 = I_{RE1} + jI_{IM1} - I_{RE2} - jI_{IM2}$$

$$= (I_{RE1} - I_{RE2}) + j(I_{IM1} - I_{IM2})$$

$$\underline{I}_1 \cdot \underline{I}_2 = I_1 e^{j\psi_{I1}} I_2 e^{j\psi_{I2}} = I_1 I_2 e^{j(\psi_{I1} + \psi_{I2})}$$

$$\frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2} = \frac{I_1 e^{j\psi_{I1}}}{I_2 e^{j\psi_{I2}}} = \frac{I_1}{I_2} e^{j(\psi_{I1} - \psi_{I2})}$$

Поворот на угол α эквивалентен умножению на $e^{j\alpha}$
Поворот на угол ±90°(±π/2) эквивалентен умножению на ± j

$$Ie^{j90^{\circ}} = jI$$

$$Ie^{j(-90^{\circ})} = -jI$$

Сопряженные комплексные числа

$$\underline{I} = I_{RE} + jI_{IM}$$

$$\underline{I}^{*} = I_{RE} - jI_{IM}$$

Основные электротехнические величины в комплексной форме

$$\underline{I} = I_A + jI_P = Ie^{j\psi_I}$$

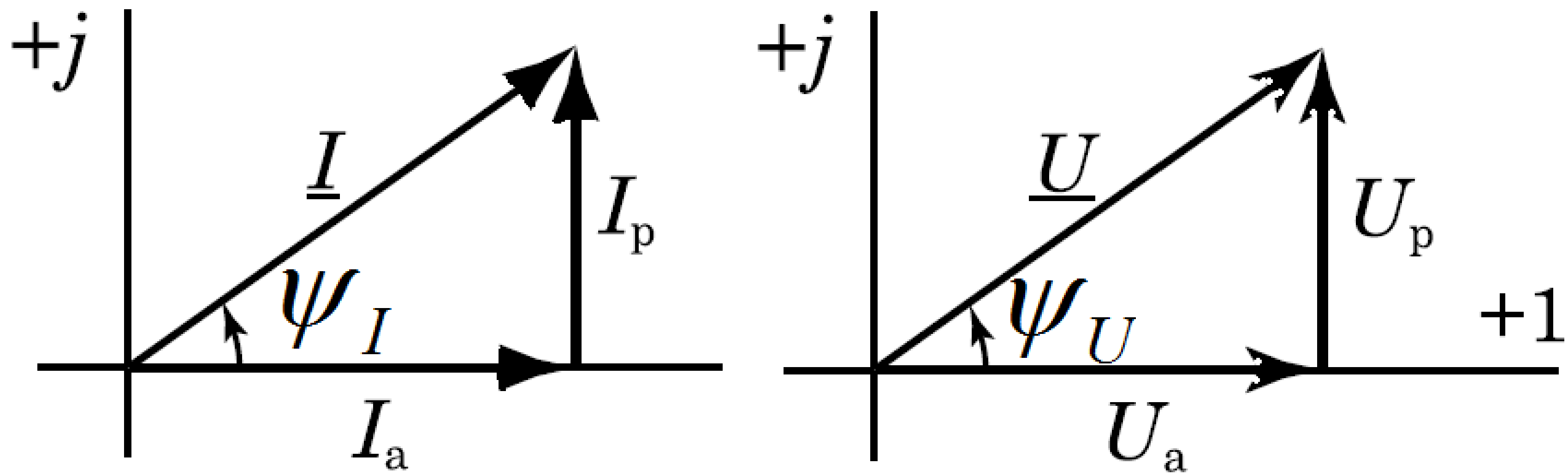
$$I = \sqrt{I_A{}^2 + I_P{}^2}$$

$$\underline{U} = U_A + jU_P = Ue^{j\psi_U}$$

$$U = \sqrt{U_A{}^2 + U_P{}^2}$$

Действительная часть комплексной величины в электротехнике называется **активной**, а мнимая – **реактивной**.

Треугольники тока и напряжения сопротивлений



Комплексные сопротивления и проводимости

Правильнее говорить об ***импедансе*** *– отношении комплексной амплитуды напряжения к комплексной амплитуде тока.*

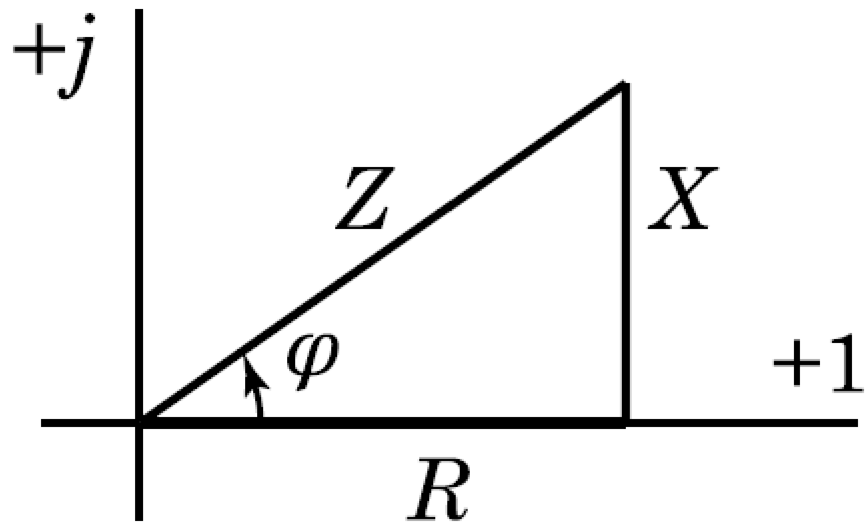
$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{Ue^{j\psi_U}}{Ie^{j\psi_I}} = \frac{U}{I} e^{j(\psi_U - \psi_I)} = Ze^{j\varphi}$$

$$= Z\cos\varphi + jZ\sin\varphi = R + jX$$

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{Ze^{j\varphi}} = \frac{1}{Z} e^{-j\varphi} = Ye^{-j\varphi}$$

$$= Y\cos(-\varphi) + jY\sin(-\varphi) = G - jB$$

Треугольник сопротивлений



$\underline{Z}$ – комплексное сопротивление

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \frac{U}{I} \text{ – полное сопротивление}$$

R – *активное* сопротивление

X – *реактивное* сопротивление

Комплексная мощность

$$\underline{S} = Se^{j\varphi} = UIe^{j(\psi_U - \psi_I)} = Ue^{j\psi_U} Ie^{-j\psi_I} = \underline{U}\,\underline{I}^*$$

$$\underline{S} = Se^{j\varphi} = S\cos\varphi + jS\sin\varphi = UI\cos\varphi + jUI\sin\varphi = P + jQ$$

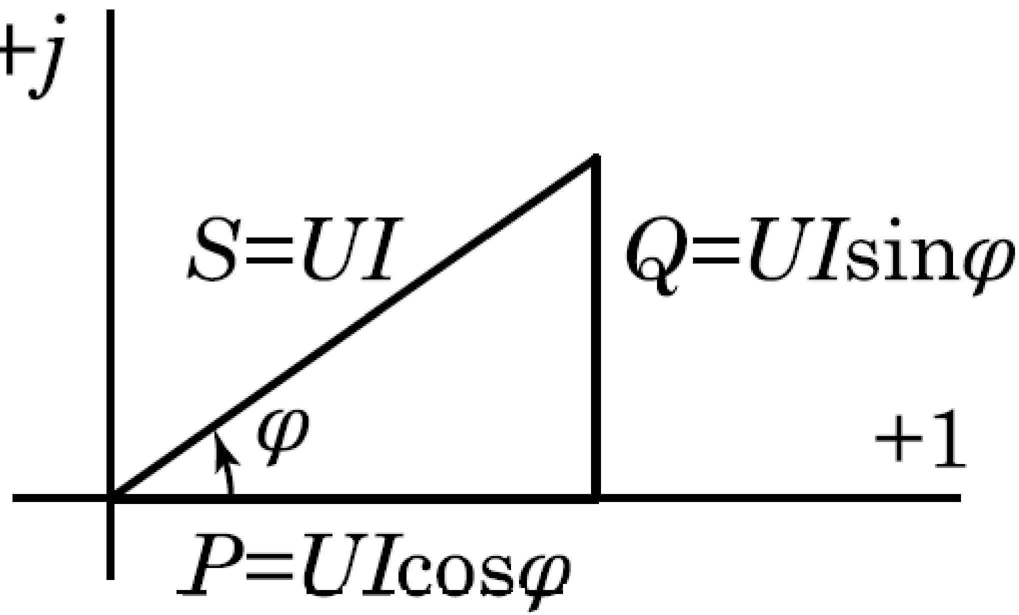
$\underline{\mathrm{S}}$ – комплексная мощность

S – полная мощность вольт - ампер, ВА

P – активная мощность ватт, Вт

Q – реактивная мощность вольт - ампер реактивный , вар

Треугольник мощностей



Коэффициент мощности *– отношение активной мощности к полной*

$$k = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} = \frac{UI\cos\varphi}{UI} = \cos\varphi$$

Закон Ома в комплексной форме

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}}$$

Законы Кирхгофа в комплексной форме

$$\sum_{k=1}^{l} \underline{I}_k = 0$$

$$\sum_{k=1}^{m} \underline{Z}_k \underline{I}_k = \sum_{k=1}^{n} \underline{E}_k$$

Лекция 4

Переменный ток.

Параграф 2.1-2.4 учебника